Eötvös Loránd Tudományegyetem
Természettudományi Kar
Budapesti Corvinus Egyetem

Nem tökéletes információs helyzetek modellezése egészségbiztosítási példán keresztül

— Szakdolgozat —

Témavezető:
Szádoczkiné Varga Veronika

Belső konzulens:
Dr. Arató Miklós
egyetemi docens
Valószínűségszámítási és Statisztika Tanszék

Készítette:
Várkonyi Dorka Blanka
Biztosítási és pénzügyi matematika MSc.
aktuárius specializáció

Budapest, 2022

Tartalomjegyzék

Táblázatok jegyzéke

Ábrák jegyzéke

Köszönetnyilvánítás:

Szeretném megköszönni a témavezetőmnek Szádoczkiné Varga Veronikának, és a belső konzulensemnek Dr. Arató Miklós Tanár Úrnak a rengeteg segítséget és támogatást. Köszönöm még Schaub Erikának, Kósa Bélának, a családomnak, köztük Pintér Klárának és Velcsov Gabriellának, és Hargitai Dávidnak, hogy különböző módokon mindannyian hozzájárultak a szakdolgozatom megvalósulásához.

1. Bevezetés

Aktuárius szakirányos hallgatóként természetesen adódott, hogy szakdolgozatom témájául is biztosítások matematikai vizsgálatát választottam. A BSc-s szakdolgozatom témája is a játékelmélethez kapcsolódott, és nagy örömömre sikerült ezt összekapcsolni a biztosításokkal.

Személyek szintjén az egészségügyi ellátásra való igény tükrözi, hogy az adott személy mennyire tájékozott e téren, valamint hogy milyen az egészséghez való hozzáállása [6]. Következésképpen jelentős különbségek lehetnek aközött, hogy azonos populációba tartozó emberek mennyire használják ki az egészségügyi szolgáltatások nyújtotta lehetőségeket, magukban mekkora értéket tulajdonítanak például az egészségbiztosítás lehetőségének [9].

A egészségbiztosítások esetén a szolgáltatás állhat a biztosítási összeg kifizetéséből, valamint szolgáltatást is finanszírozhat. A szolgáltatásfinanszírozás abból áll, hogy a biztosító átvállalja a biztosított felmerülő költségeinek egy részét, ha az ügyfelet egy, a biztosítóval szerződött egészségügyi intézményben látták el [5]. A modern egészségbiztosítás alapjainak megjelenése az 1850-es évekre tehető, amikor Angliában és az Egyesült államokban nagyjából párhuzamosan elkezdtek fedezetet kínálni olyan személyi sérülésekhez köthető gyógyászati kiadásokra, melyek nem végződtek halállal [4]. Ezek a korai egészségbiztosítások főleg a biztosított bevételkiesését kompenzálták, valamint a korszakban gyakori súlyos betegségek (például tífusz, skarlát, himlő, cukorbetegség) esetén biztosítottak juttatást. Kezdetben még nem hívták biztosításnak az ilyesfajta szolgáltatást, azonban a koncepció megegyezett a mai biztosításéval.

Az egészségbiztosítások esetén a biztosítottak kezdeti egészségi állapota, jövőbeli betegségei nem láthatók előre, nehezen jósolhatók, így nagyfokú bizonytalanságot jelentenek a biztosító számára.

Dolgozatomban nem tökéletes információs helyzeteket vizsgálok döntéselméleti eszközökkel, amelyekben a biztosító a jövőbeli eseményekre vonatkozó bizonytalanságok, feltételezések alapján vállal kockázatot. A nem tökéletes információs helyzetekben mindig valamilyen információhiányban szenved a döntéshozó [10]. Például a biztosító nem tudja eldönteni, hogy a potenciális ügyfél, aki szeretne biztosítást kötni, mekkora kockázattal jár, megéri-e a biztosítónak elfogadni az ügyfelet.

Először az ügyfél szemszögéből vizsgálom a problémát. Williams 1960-as cikkét [1] dolgozom fel, melyben egyszerű döntési elveket hasonlít össze. Williams azt a kérdést teszi fel a cikkében, hogy egy potenciális ügyfélnek különböző döntési elvek és paraméterek mellett megéri-e biztosítási szerződést kötni, vagy nem éri meg.

Mivel Williams tanulmánya nem említi, hogy mi történik, ha a különböző hasznosságok különböző időpontokban keletkeznek, így a cikkben leírt eredmények egy részét kibővítem az idődimenzióval. Bevezetem a δ diszkontfaktort az [1] cikk szerint racionális és tipikus egyszerű döntési elvbe. Ez lehetővé teszi, hogy hosszabb tartamú biztosításokra is alkalmazzuk a döntési elvet: például egészségbiztosításra. Tehát az általam vizsgált kérdés ebben az esetben az, hogy az ügyfél milyen paraméterek mellett érdekelt az egészségbiztosítás megkötésében a tipikus és racionális döntési elv mellett.

Második megközelítésként a biztosító szemszögéből tekintek az egészségbiztosításra. Lemaire 1980-as cikke [2] azt a döntéselméleti problémát vizsgálja, hogy a biztosítónak mikor érdemes elfogadni egy ügyfelet, és mikor nem. Lemaire a tanulmányban a biztosító optimális stratégiáját keresi különböző információs szintek mellett. Először a minimax kritérium segítségével ad optimális stratégiát abban az esetben, ha a biztosítónak nincs előzetes információja az ügyfél egészségi állapotáról. Ezután bevezeti az egészségügyi információ fogalmát: a biztosító megtudhat hasznos információkat az ügyfél egészségi állapotáról a szerződés megkötése előtt (például egy egészségügyi vizsgálat elvégzésével). Az eszközt, amivel a biztosító megszerzi az információt, detektornak nevezzük. A detektort lehet optimalizálni, hogy a lehető legpontosabban határozza meg az ügyfél egészségi állapotát. A továbbiakban Lemaire azt a játékot vizsgálja, amiben a biztosító felhasználhatja az optimális detektor által szerzett információt a döntéshozatalnál, és megadja az optimális stratégiát minimax kritériummal, illetve Bayes-i kritériummal is.

Lemaire [2] eredményei alapján egy olyan döntéselméleti problémát tekintek, amelyben az egészségügyi információ megszerzésének van egy $K > 0$ költsége, amely levonódik a biztosító hasznosságából, ha végez vizsgálatot. Ezzel kiegészítve a helyzetet egy döntési fa alapján vizsgálom, hogy különböző populációkat véve mik a biztosító optimális döntései. Meghatározom, hogy mi az a legnagyobb költség, amit még érdemes kiadni az információ megszerzéséért különböző helyzetekben.

Végül a már említett két döntéselméleti probléma tapasztalatait felhasználva egy játékelméleti modellt vázolok fel. Nem tökéletes információs egészségbiztosítási játékban először a biztosító eldönti, hogy végez-e egészségügyi vizsgálatot a szerződés megkötése előtt; majd az ügyfél dönt, hogy köt-e egészségbiztosítást vagy nem köt. Ez egy nem teljes információs játék, amit a Harsányi-transzformáció [7],[11] segítségével lehet kezelni. A nem teljes információs játékelméleti modelleket például a Casco csalások modellezésére is használják [8]. A saját modellem esetén miután alkalmazom a Harsányi-transzformációt, Bayes-i egyensúlyt keresek a játékban. Ehhez felrajzolom a játék extenzív alakját (azaz a játékfát), meghatározom az egyes kimenetelekhez tartozó hasznosságvektorokat, majd megadom az ügyfél illetve a biztosító legjobb válaszait egymás stratégiáira.

Az egészségügyi vizsgálat vagy kérőív hatását érdemes figyelembe venni a modellezés során, mivel a valóságban is jelentősen befolyásolhatja egy ilyesfajta információkérés jelenléte azt, hogy hányan és milyen ügyfelek kötnek biztosítást. Például a Generali Biztosító Zrt.-nél [3] az egészségbiztosítások esetén van kockázatelbírálási folyamat, amely során valamilyen formában információkat kérnek az ügyfél egészségi állapotáról. Az információ forrása a termék által nyújtott szolgáltatásoktól függően lehet egy kérdőív, de nagyobb csomagok esetén telefonos elbeszélgetést folytatnak az ügyféllel.

Martuza és szerzőtársai [12] nem-élet biztosítások vizsgálata során azt találták, hogy a kérdőíves megközelítés esetében az ügyfelek őszinteségére kevéssé lehet hatni aláírás kérésével, a bizalom elismerésével vagy a szociális normákra való hivatkozással. Azonban Schaub Erika elmondása szerint [3] volt rá példa, hogy már annak is volt hatása az ügyfelek őszinteségére, ha tájékoztatták őket, hogy szúrópróbaszerűen végeznek egészségügyi vizsgálatot. Az előbb említett kérdéssorban volt egy arra vonatkozó kérdés, hogy az ügyfél dohányzik-e vagy nem, ezt az ügyfél be tudta jelölni, ahogy kívánta. Majd a biztosító bejelentette, hogy szúrópróbaszerűen fognak a biztosító által megbízott szakemberek olyan tesztet végezni az ügyfeleken, amelyből kiderül, hogy valóban dohányoznak-e. Ezen bejelentés után jelentősen lecsökkent azoknak az aránya, akik azt jelölték be, hogy nem dohányoznak, azaz az ügyfelek őszintébben kezdtek válaszolni a kérdésre. Ebből arra lehet következtetni, hogy egy hatékony egészségügyi vizsgálat jelentős haszonnal járhat a biztosító szempontjából, mivel ilyen módon pontosabb információkra alapozva határozhatja meg az ügyfelekkel kötendő biztosítási szerződés kockázatát.

2. Az ügyfél döntése

A játékelmélet segítségével leírható, hogy hogyan viselkedik az ember különböző bizonytalansággal vagy kockázattal járó helyzetekben. Ugyanakkor útmutatást is ad arra, hogy hogyan kellene viselkednünk annak érdekében, hogy a lehető legnagyobb eséllyel elérjük a kívánt eredményt. Ezen folyamat közben akkor viselkedünk *racionálisan*, ha azt a döntési szabályt választjuk, amely mellett a legvalószínűbb, hogy elérjük a célunkat.

Ebben a fejezetben azt vizsgáljuk meg az [1] tanulmány alapján, hogy adott célul kitűzött eredmények és a hozzájuk tartozó racionális döntési szabályok *tipikusak*-e a biztosítottak, illetve tanácsadók körében. A tanulmány arra a kérdésre is választ ad minden felsorolt döntési szabály esetében, hogy egy képzett biztosítási szakértő követné-e az adott szabályt, ha olyan helyzetbe kerülne, amiben szükséges erről döntést hoznia.

2.1. Alapszituáció, jelölések

A továbbiakban egy olyan potenciális ügyfélről lesz szó (hívjuk *ügyfélnek*), aki eldöntheti, hogy köt-e lakásbiztosítást vagy nem. Kezdetben az egyszerűség kedvéért az alábbi feltételezéseket tesszük.

Az ügyfélnek két választási lehetősége van: teljes biztosítást köt, vagy nem köt biztosítást; és két kimenetel következhet be: vagy teljes kár van, vagy nincs kár. Azt is feltesszük, hogy nem lehet más módon felhasználni a biztosítási díjat (például más kockázatok fedezésére).

Az ügyfél veszteségét a következő elemek befolyásolják:

- L: A bekövetkezett kár nagysága (ha az ügyfél kötött biztosítást, a biztosító megtéríti, ha nem kötött, akkor az ügyfél viseli)
- P: a biztosítási díj
- W: aggodalomból származó veszteség, ha az ügyfél nem köt biztosítást. Itt a veszteség nem feltétlenül pénzt jelent, mivel például az aggodalom nem mérhető pénzben. Érdemes figyelembe venni továbbá, hogy az aggodalom mértéke szubjektív. Személyenként változhat, hogy ugyanakkora lehetséges pénzveszteség miatt mennyire aggódnak az emberek (akkor is, ha ugyanolyan a pénzügyi hátterük), mivel van, akinek olyan a természete, hogy többet aggódik, mint más. Ennek kiküszöbölése érdekében a továbbiakban feltesszük, hogy ha racionális döntést szeretne hozni az ügyfél, akkor "racionális" értéket kell adnia az aggodalomból származó veszteségnek is.

Williams a cikkében bevezetett egy N nem biztosítható kockázatot, azonban ez nem befolyásolta a döntést egyik döntési elv esetében sem. Én teljes biztosítást tekintek, így a nem biztosítható kockázatot nem veszem bele a modellbe a továbbiakban.

Ezekkel a jelölésekkel megadható egy ú. n. *veszteség táblázat* (1. táblázat), amely azt írja le, hogy mekkora vesztesége van az ügyfélnek az egyes döntések és kimenetelek esetén:

Döntés/Kimenetel	Van kár	Nincs kár
Nem köt	L+W	W
Köt	P	P

1. táblázat. **Az ügyfél veszteség táblázata**

Forrás: Williams, 1960, 48. oldal alapján saját szerkesztés

2.2. Döntési szabályok vizsgálata

Hét különböző esetet vizsgálunk, melyekhez különböző egyszerű döntési szabályok tartoznak. Két kérdést teszünk fel mindig:

1) Az adott viselkedés jellemző-e a biztosítottak vagy tanácsadók jelentős részére?

2) Viselkedne-e így egy képzett biztosítási szakértő, ha azonos problémája lenne?

Ha az 1) kérdésre igen a válasz, akkor a viselkedést (azaz a döntési szabályt) *tipikusnak* nevezzük. Ha a 2) kérdésre válaszolunk igennel, akkor pedig *racionálisnak* tekintjük a döntési szabályt.

1. eset: Veszteség minimalizálása, pesszimista ügyfél

A pesszimista ügyfél valószínűnek tartja, hogy bekövetkezik a káresemény, és ebben az esetben szeretné minimalizálni a veszteségét egy időintervallumban. Ekkor az ügyfél szempontjából racionálisnak tűnik a biztosítás megkötése, ha fennáll, hogy $P \leq L + W$.

Ez a viselkedés nem tipikus a biztosítási piacon, mivel ha az lenne, sokkal több embernek lenne biztosítása. A valóságban senki nem fizetne olyan biztosítási díjat, amelyet maximális kárt feltételezve számítottak ki.

Racionálisnak tekinthető-e a döntés? Mivel itt a kétszemélyes játék másik szereplője a káresemény bekövetkezését befolyásoló természet, amiről nem tudjuk, hogy hogyan fog viselkedni, racionális feltételezni, hogy a lehető legrosszabb kimenetel fog bekövetkezni. Tehát ilyen logikával racionálisnak mondható ez a viselkedés.

Azonban az ügyfélnek vagy tanácsadónak általában rendelkezésére áll valamilyen becslés a kár bekövetkezési valószínűségéről, ilyen esetben pedig nem racionális a fenti viselkedés. Ha mégsem rendelkezik ilyen becsléssel, a tanácsadó akkor sem használná ezt a döntési szabályt, mivel a gyakorlatban P meg sem közelíti L értékét, így minden esetben azt javasolná, hogy az ügyfél kössön biztosítást. Még akkor is ezt javasolná, ha a kár érdektelenül kicsi.

2. eset: Veszteség minimalizálása, optimista ügyfél

Itt az optimista ügyfél abban az esetben szeretné minimalizálni a veszteségét, ha nem következik be káresemény. Ekkor a racionális döntés az, ha csak $P \leq W$ esetén köt biztosítást az egyén, egyébként nem. Döntéselméleti szóhasználattal élve ez a minimin vagy maximax megoldás: tegyük fel, hogy a lehető legjobb kimenetel következik be, és ebben az esetben minimalizáljuk a minimális veszteséget (vagy maximalizáljuk a maximális hasznunkat). Ez a viselkedés nem tipikus a biztosítási piacon.

Az ügyfél viselkedése racionálisnak tekinthető, ha semmilyen információ nem áll rendelkezésre.

Azonban a biztosítások esetében általában van információ a kár bekövetkezésének valószínűségéről, így (hasonlóan az *1. esethez*) most is azt mondhatjuk, hogy a viselkedés nem racionális: semelyik képzett biztosítási tanácsadó nem javasolná a biztosítás elutasítását, ha $P > W$.

3. eset: Várható veszteség minimalizálása

Ebben az esetben az ügyfél az alábbi módon viselkedik: kiszámítja a várható veszteséget feltéve, hogy köt biztosítást, illetve azon feltételezés mellett is, hogy nem köt. Ezután azt a lehetőséget választja, ami mellett kisebb a várható vesztesége. Mindez a jelölésrendszerünkkel úgy írható le, hogy ha p a kár feltételezett bekövetkezési valószínűsége, akkor $P \leq p \cdot L + W$ esetén köt biztosítást, $P > p \cdot L + W$ esetén nem köt. Látható, hogy ha p értékét 1-nek gondoljuk, akkor visszakapjuk az *1. esetet*, míg ha $p = 0$, akkor a *2. esettel* egyezik meg ez a módszer.

A várható veszteségre úgy is lehet gondolni, mint egy hosszú időintervallum alatt keletkező veszteségek átlagára. Mivel a feltételezett kárbekövetkezési valószínűség eltérhet a valóságostól, előfordulhat, hogy ez a módszer egy hosszú időtartam alatt nem a minimális átlagkárt adja. Erre a problémára az alábbi koncepció lehet megoldás:

Vegyünk több elképzelhető kárvalószínűséget, és mindegyikkel számoljuk ki külön-külön a várható veszteségeket kötés illetve nem kötés esetén, így kapunk egy várható veszteség táblát (hasonlót, mint a veszteség táblázat volt korábban). A tábla minden oszlopa egy-egy valószínűséghez tartozik. A sok lehetséges valószínűség közül sokszor nem tudhatjuk, hogy melyik a legjobb becslés, illetve rengeteg oszlopunk lehet. Ekkor például a következő három döntési szabály szerint járhatunk el:

(1) minimalizáljuk a maximális várható veszteséget,

(2) minimalizáljuk a minimális várható veszteséget,

(3) rendeljünk súlyokat minden p valószínűséghez, és ezeket figyelembe véve válasszuk azt a lehetőséget (biztosítás kötés és nem kötés közül), amivel minimális a várható veszteségünk.

Az (1) és (2) szabályok választása ekvivalens azzal, hogy p-t egy adott értékre beállítjuk ((1) esetén ez az érték nagy, (2) esetén kicsi), azonban ez nem szerencsés, mivel p megválasztása szubjektív, és nem feltétlenül tükrözi a valóságot. Azonban a (3)-as szabály minden eddigitől különbözik, és fontos is:

Tegyük fel, hogy k db lehetséges kárvalószínűséget vizsgálunk, ezek $p_1 \leq p_2 \leq \ldots \leq p_k$, a hozzájuk tartozó súlyok pedig legyenek rendre $w_1, \ldots, w_k$ (ahol $\sum w_i = 1$). Ekkor a döntési szabály szerint akkor ajánlott biztosítást kötni, ha $P \leq (w_1 p_1 + w_2 p_2 + \ldots + w_k p_k) \cdot L + W$. Más szóval ez a szabály olyan, mintha p értékét valószínűségek súlyozott átlagaként rögzítenénk.

A (3)-as döntési szabály használata a tanulmány szerzője szerint tipikusnak mondható a biztosítási tanácsadók illetve fogyasztók körében. A kérdés ismét az, hogy racionális-e ez a viselkedés. A válasz az, hogy csak akkor racionális, ha p és W értéke racionálisan van meghatározva. Ahhoz, hogy W értéke racionális legyen, a kár mértéke jobban kellene, hogy befolyásolja, mint a bekövetkezési gyakoriság. A fogyasztónak azon károk miatt kellene aggódnia igazán, amelyek ha bekövetkeznek, pénzügyi katasztrófát jelentenek számára. Az apró volumenű károk, még ha gyakran is következnek be, kevésbé fontosak.

Egy tanácsadó mit javasolna? Ha a potenciális kár nagy, és az aggodalom faktor is magas, akkor mindig azt javasolná, hogy az ügyfél kössön biztosítást, mert a díj mindig teljesítené a fenti egyenlőtlenséget. Ha viszont az aggodalom faktor alacsony, akkor a gyakorlatban azt szokták javasolni, hogy ne kössünk biztosítást, mert a $P \leq (w_1p_1 + w_2p_2 + \ldots + w_kp_k) \cdot L + W$ egyenlőtlenség ilyenkor általában nem teljesül.

4. eset: A maximális megbánás minimalizálása a tartam végén

Utólag az emberek sokszor megbánják döntéseiket, ha nem olyan eredményre vezetnek, amilyet szerettek volna. Most ezt az érzelmi reakciót hozzátesszük az eddigi szituációhoz. Fontos, hogy a megbánást és az aggodalmat elkülönítsük egymástól: a megbánás egy érzelmi reakció a kár bekövetkezése után, vagy a tartam végén, míg az aggódás a káresemény előtt, illetve a tartam közben történik. A továbbiakban a megbánást (vagy regret értéket) úgy definiáljuk, hogy az a döntés következtében elért veszteség és a lehető legkisebb veszteség különbsége. Tehát a maximális megbánás a maximális veszteség esetén merül fel. A veszteség táblázat alapján tudunk készíteni egy *Megbánás táblázatot* (2. táblázat):

Döntés	Van kár	Nincs kár
Nem köt	L+W-P	0
Köt	0	P-W

2. táblázat. **Az ügyfél megbánás táblázata**

Forrás: Williams, 1960, 52. oldal alapján saját szerkesztés

Ez alapján szeretnénk minimalizálni a maximális megbánást. Ha a megbánás táblázatban van olyan elem, ami az oszlopának minimuma és a sorának maximuma, akkor ez a minimax megoldás. Esetünkben akkor létezik ilyen, ha $P \leq W$ vagy $P \geq L + W$ fennáll.

Egy racionálisan viselkedő, a megbánását minimalizálni kívánó ember kötne biztosítást, ha $P < W$, és nem kötne, ha $P > L + W$. Azonban a legtöbb ember esetében $W \leq P \leq L + W$ áll fenn, tehát lehetetlen számukra, hogy biztosan elérjék a céljukat, vagyis nem létezik számukra racionális döntés. Legfeljebb szerencsés lehet az ügyfél, mivel ha a kár bekövetkezik, akkor kötnie kellett volna biztosítást, míg ha nem következik be, akkor nem kellett volna kötnie. Ennek ellenére lehetséges, hogy sokan így viselkednek a potenciális ügyfelek közül (tehát tipikus ez a viselkedés). Viszont egy biztosítási tanácsadó biztosan nem tekintené racionálisnak ezt a viselkedést, mivel a legtöbb esetben elérhetetlen az ügyfél célja.

5. eset: A maximális várható megbánás minimalizálása

A várható megbánás az ügyfél megbánásának várható értéke. Ahhoz, hogy valaki minimalizálni tudja a maximális várható megbánását, szüksége van a kár bekövetkezési valószínűségére, azonban ez nem mindig áll rendelkezésére. Williams [1] tanulmánya szerint ezt a problémát úgy lehet kiküszöbölni, hogy egy randomizált viselkedésmintát vezetünk be. Ha a minimumhoz tartozó viselkedésmintát követjük, akkor minden más viselkedésmintára igaz, hogy van olyan értéke p-nek, amellyel a hozzá tartozó várható megbánás nagyobb lesz, mint a minimális esetben.

Ahelyett, hogy mindig egyféle módon viselkedne az ügyfél, úgy dönt, hogy csak az esetek egy részében köt biztosítást. Eldönti, hogy az esetek mekkora hányadában fog kötni (legyen ez az arány p_a), majd minden egyes alkalommal egy véletlen eszköz segítségével dönti el, hogy kössön-e biztosítást. A véletlen eszköz úgy működik, hogy p_a valószínűséggel bekövetkezik egy esemény, $(1-p_a)$ valószínűséggel nem következik be. Például ha valaki úgy dönt, hogy az esetek felében szeretne biztosítást kötni ($p_a = 0,5$), akkor minden alkalommal feldob egy érmét, és mindig, amikor fej lesz a eredmény, akkor köt biztosítást.

A p_a arányt úgy kaphatjuk meg, hogy egyenlővé tesszük a várható megbánást $p = 0$ mellett és a várható megbánást $p = 1$ mellett (p a kárvalószínűség), így kapunk egy egyenletet, melyben a változó p_a:

$$(1 - p_a) \cdot (L + W - P) = p_a \cdot (P - W)$$
$$\Downarrow$$
$$p_a = \frac{L + W - P}{L}$$

Ha $P \leq W$, akkor $p_a = 1$, ha $P \geq L+W$, akkor pedig $p_a = 0$. Ez a két egyenlőtlenség ad egy minimax megoldást. Ha $W < P < L + W$, akkor P növekedésével p_a csökken. A gyakorlatban ez a viselkedés általában arra vezet, hogy az ügyfél köt biztosítást, mivel P általában az L kárhoz viszonyítva nagyon kicsi.

Az imént leírt viselkedés lehet, hogy illik néhány ügyfélre illetve tanácsadóra, azonban tipikusnak nem mondható, mivel nem sokszor lehet olyat látni, hogy valaki néhány évben köt lakásbiztosítást, más években pedig nem. A viselkedés talán abban az esetben jelenhet meg leginkább, amikor az ügyfél több kiegészítő biztosítás közül választhat, és ezek közül választja ki minden évben véletlenszerűen, hogy melyiket köti meg és melyiket nem. Racionálisnak sem mondható a fenti viselkedés például azért, mert nem veszi figyelembe az információt, ami általában rendelkezésre áll.

6. eset: A várható megbánás minimalizálása

Az ügyfél ebben az esetben úgy szeretné minimalizálni a várható megbánását, hogy ismert számára egy becsült p érték (a kár bekövetkezési valószínűsége). Akkor köt biztosítást, ha

$$(1 - p) \cdot (P - W) \leq p \cdot (L + W - P)$$
$$\Updownarrow$$
$$P \leq p \cdot L + W \ ,$$

egyéb esetben nem köt biztosítást. Ez a döntési szabály a várható megbánás mellett a várható veszteséget is minimalizálja. Ez érthető, mivel a várható megbánás akkor lesz minimális, ha a várható veszteség minimális.

Ahogyan a *3. esetben*, itt is előfordulhat, hogy az egyén nem tudja, melyik valószínűséghalmaz a legjobb becslés. Szükséges lehet egy kibővített megbánási tábla létrehozása egy olyan veszteségi táblából, amilyet a *3. esetnél* készítettünk. Ebből azt kapjuk eredményül, hogy ha a $p_1, p_2, \ldots, p_k$ valószínűségeket vizsgáljuk, és rendre a $w_1, w_2, \ldots, w_k$ súlyokat rendeljük hozzájuk, akkor a racionális viselkedés az, ha

$$P \leq (w_1 p_1 + w_2 p_2 + \ldots + w_k p_k) \cdot L + W$$

esetén kötünk biztosítást, egyébként nem.

Mivel a várható megbánás minimalizálásához tartozó döntési szabály megegyezik a várható veszteséghez tartozóval, így minden, ami a *3. esetben* említve volt, igaz itt is. Tehát sok ember így viselkedik (azaz tipikus a döntési szabály), és racionális, hogy így tesznek.

7. eset: A maximális várható megbánás minimalizálása, ha korlátozott a valószínűségek skálája

Induljunk ki a *6. esetben* alkalmazott kibővített megbánási táblából! Most nem rendelünk súlyokat a k db valószínűséghez, hanem feltesszük, hogy valamelyik helyes közülük (de nem tudjuk, hogy melyik). Ez egy randomizált viselkedésmintához vezet kivéve, ha van minimax megoldás.

Ekkor az *5. esetben* említettek teljesülnek a tipikusságot és a racionalitást illetően. Azonban ha a p_1 és p_k közötti különbséget egyre csökkentjük, ez a döntési szabály egyre elfogadhatóbbá válik, mert egyre jobban megközelíti a 6.*esetet*.

Végignézve az összes lehetőséget, egyedül a *6. esetben* tárgyalt döntési szabály (amely megegyezik a *3. esetben* láthatóval) mondható tipikusnak és racionálisnak is.

2.3. Továbbfejlesztés az időfaktor bevezetésével

Az eddigiekben nem esett szó arról, hogy az ügyfél veszteségei keletkezhetnek különböző időpontokban. Például ha egyszeri díjas szerződést köt, akkor a díjfizetés a biztosítás tartamának elején következik be, míg a kártérítés általában később. Az élet típusú biztosítások esetében különösen érdemes odafigyelni erre a jelenségre, mivel ezek tipikusan elég hosszú tartamú biztosítások ellentétben a nem-élet biztosítások többségével, amelyek általában 1 éves tartamúak. Például az egészségbiztosítások esetében is hosszú biztosítási tartamokról beszélhetünk.

Az előző bekezdésben felvázolt probléma megoldására bevezetem a δ (éves) diszkontfaktort, ezzel egészítem ki az eredeti [1] modellt. A diszkontfaktor segítségével ki lehet számítani a jövőbeli pénzáramok jelenértékét. Azonban a δ-nak több értelmezése is van. A jelenérték számításhoz használt *diszkontfaktor* elnevezésen kívül hívják még különböző kontextusokban *türelmetlenségi faktornak*, illetve a bizonytalanság kifejezésére is szolgál.

A türelmetlenségi faktor elnevezést a makroökonómiában használják, és azért jött létre, mert a δ azt is kifejezi, hogy az ügyfél mennyire türelmetlen. Ha türelmetlenebb valaki, akkor a jövőbeli pénzt kevésbé értékeli, mint egy olyan ügyfél, aki nem annyira türelmetlen. Tehát ha δ értéke magasabb, az azt jelenti, hogy az ügyfél kevésbé türelmetlen, míg ha δ kicsi, akkor az ügyfél türelmetlenebb.

A bizonytalanságot is kifejezheti a diszkontfaktor: az ügyfél nem tudja, hogy a viszonylag távoli jövőben mennyire lesz releváns számára a biztosítás megléte. Például egészségbiztosítás esetében lehet, hogy nem tartja valószínűnek az ügyfél, hogy infarktusa lesz, mert a családjában senkinek nem volt még infarktusa. Ebből arra következtethet, hogy nem lesz releváns számára a biztosításból adódó érték. A kártérítés diszkontálódik, így a jelenben neki kevesebbet ér a jövőbeli pénzáram, mint amennyit most érne. Ez az egyes ügyfelek előrelátását, előre tervezését is befolyásolja, mivel ha valaki nagyon valószínűtlennek tartja, hogy sok év múlva szüksége lesz a biztosításra (azaz a δ az ő esetében igen kicsi), akkor ő nem fog biztosítást kötni, mert nem érzi relevánsnak.

Az előbb vázolt három értelmezés közül mindegyik megállja a helyét a biztosítások terén, ezért a következőkben kibővítem a *3. esetben* felírt döntési szabályt a diszkontfaktorral (ez megegyezik a *6. esetben* használt döntési szabállyal). Azért csak ezt a döntési szabályt bővítem ki, mert egyedül ez mutatkozott tipikusnak és racionálisnak is.

Bevezetek néhány új jelölést az [1] cikk eredeti jelölései mellé:

- δ: éves diszkontfaktor ($0 \leq \delta \leq 1$).
- t, t_j: években számítva az az időtartam, ami eltelik a szerződés kezdete és a kár bekövetkezése között (tegyük fel, hogy év közben nem következik be kár).
- T: a biztosítás tartama években számítva.
- L: a biztosítható kár értéke. Egy t év múlva bekövetkező kár esetén a biztosító ügyfélnek fizetendő kártérítése mai értéken $\delta^t \cdot L$.
- P: ha P egyszeri díj, akkor a tartam elején fizeti az ügyfél. Ha pedig rendszeres díjfizetésű a szerződés, akkor tekinthetünk a P-re úgy, mint az összes jövőbeli rendszeres díj jelenértékeinek összege. Tehát a díjat a továbbiakban nem kell diszkontálni.
- W: az ügyfél aggodalma, ami a tartam elején és a tartam során merül fel (ha a tartam elején nem aggódna egyáltalán, akkor nem venne biztosítást). Az egyszerűség kedvéért tekintsünk úgy a W-re, mint az összes aggodalom jelentértére.
- p, p_i, p_{t_j}: a kár bekövetkezési valószínűségei.
- w_i: a p_i valószínűségekhez tartozó súlyok.

A 3. *esetben* az ügyfél a várható veszteségét minimalizálja. Ha feltesszük, hogy p a kár bekövetkezési valószínűsége, akkor a döntési szabály a következő volt a δ bevezetése előtt: $P \leq p \cdot L + W$ esetén köt, $P > p \cdot L + W$ esetén nem köt biztosítást az ügyfél. Ezt alakítom át a diszkontfaktor bevezetésével.

A p valószínűséget nem diszkontáljuk, így az új döntési szabály a következő lesz: az ügyfél $P \leq p \cdot \delta^t \cdot L + W$ esetén köt biztosítást, míg ha $P > p \cdot \delta^t \cdot L + W$ áll fenn, akkor nem vásárol biztosítást.

Hasonlóan felírható az a fejlettebb döntési szabály is, amikor több lehetséges valószínűséget vizsgálunk (p_i), és ezekhez súlyokat rendelünk (w_i). Mivel a súlyokat sem diszkontáljuk, és a valószínűségeket sem, így a döntési szabály az, hogy az ügyfél akkor köt biztosítást, ha a következő áll fenn:

$$P \leq (w_1 p_1 + w_2 p_2 + \ldots + w_k p_k) \cdot \delta^t \cdot L + W$$

Az eddig felírt döntési szabályok arra vonatkoztak, ha a biztosítási esemény (kár) egy konkrét jövőbeli időpontban (t év múlva) következik be. Tehát például az elérési életbiztosításokra jó modell lehet, mivel ott a biztosítási esemény az, hogy az ügyfél életben van a tartam végén. Azaz biztosan egy konkrét jövőbeli időpontban következik be a biztosítási esemény.

Azonban egészségbiztosítás esetén (vagy például kockázati életbiztosításnál) a tartam során bármikor bekövetkezhet a biztosítási esemény (kár). Emiatt ahhoz, hogy jól illeszkedjen a modell az egészségbiztosítási példára, további fejlesztést igényel.

Legyen T a biztosítás tartama (években mérve)! Ha t 0-tól T-ig bármilyen egész értéket felvehet (jelöljük $t_0, t_1, \ldots, t_T$-vel), akkor lefedjük az összes évet, amikor a biztosító kockázatban állt. Ismét az egyszerűbb döntési szabályból indulok ki: minden t_j érték mellett teljesülnie kell a $P \leq p_{t_j} \cdot \delta^{t_j} \cdot L + W$ szabálynak ahhoz, hogy az ügyfél kössön biztosítást (ahol p_{t_j} a kár bekövetkezési valószínűsége t_j év múlva). Az, hogy minden $j = 0, \ldots, T$-re teljesül az egyenlőtlenség, azzal ekvivalens, hogy a jobb oldali kifejezések minimumára teljesül (mivel az egyenlőtlenség minden j-re egy-egy felső korlátot ad a P díjra).

Tehát az új döntési szabály a következő: ha $P \leq min_{j=0}^{T}(p_{t_j} \cdot \delta^{t_j} \cdot L + W)$, akkor köt egészségbiztosítást az ügyfél; ha pedig ez az egyenlőtlenség nem teljesül, akkor nem köt. Hasonlóan felírható a bonyolultabb döntési szabály továbbfejlesztése is.

Összefoglalva:

Bevezettem a Williams [1] cikkében tárgyalt tipikus és racionális döntési szabályba a δ diszkontfaktort. Ezzel a döntési szabály nem csak rövid tartamú nem-élet biztosításokra illeszkedik, hanem hosszabb tartamú biztosítások (például életbiztosítások, egészségbiztosítás) esetén is használhatóvá válik.

- Először az elérési életbiztosítással tettem kompatibilissé a döntési szabályt: az ügyfél $P \leq p \cdot \delta^t \cdot L + W$ esetén köt biztosítást, egyéb esetben pedig nem köt (itt t az elérési életbiztosítás tartamát jelöli).
- Ezután az egészségbiztosításra illeszkedő döntési szabályt is felírtam: ha $P \leq min_{j=0}^{T}(p_{t_j} \cdot \delta^{t_j} \cdot L + W)$, akkor köt egészségbiztosítást az ügyfél, egyéb esetben nem köt.

3. A biztosító döntése

A következőkben Lemaire [2] cikke alapján vizsgáljuk, hogy a játékelmélet hogyan tudja segíteni a biztosítókat néhány kockázatviselési probléma terén. Egy egészségbiztosítási példán keresztül mutatjuk be a módszereket.

3.1. A játék formalizálása

Azzal a döntéselméleti problémával foglalkozunk, hogy a biztosító elfogadja-e az adott ügyfelet vagy sem. Ez a kérdés formalizálható egy két személyes nem-kooperatív játékként az alábbiak szerint: az egyes játékos (P_1) a biztosító, a kettes játékos (P_2) pedig a potenciális ügyfelek halmaza. A játékot többször lejátsszák: minden alkalommal, amikor P_2 egy tagja bead egy ajánlatot. Feltesszük, hogy minden ember vagy teljesen egészséges (és így elfogadja a biztosító), vagy van valamilyen betegsége, amit ha detektál a biztosító, akkor elutasítja az ügyfelet. Most feltesszük, hogy a biztosító két lehetőség közül választhat: elfogad vagy elutasít, az ügyfél pedig beteg vagy egészséges. P_1 lehetőségeinek halmazát lehet bővíteni: elfogadja a beteg ügyfelet felár mellett (ezt egy későbbi alfejezetben tárgyaljuk). Definiáljuk a biztosító hasznossági mátrixát (3. táblázat):

	Egészséges ügyfél	Beteg ügyfél
Elfogad	A	C
Elutasít	B	D

3. táblázat. **A biztosító hasznossági mátrixa**

Forrás: Lemaire, 1980, 1. oldal alapján saját szerkesztés

A legrosszabb kimenetel a biztosító számára az, ha elfogad egy beteg ügyfelet, tehát a biztosító hasznosságai közül C a legkisebb. $D > B$ is teljesül, mivel P_1-nek kedvezőbb, ha egy rossz kockázatot (beteg ügyfelet) utasít el, mint ha egy jót (egészségeset). $A > B$ is fennáll, mivel jobb, ha az egészséges ügyfelet elfogadja P_1, mint ha elutasítja. A és D a kedvező kimenetelekhez tartozó hasznosságok, és a példákban feltesszük, hogy $D > A$ (de akár a fordított relációt is feltehetnénk).

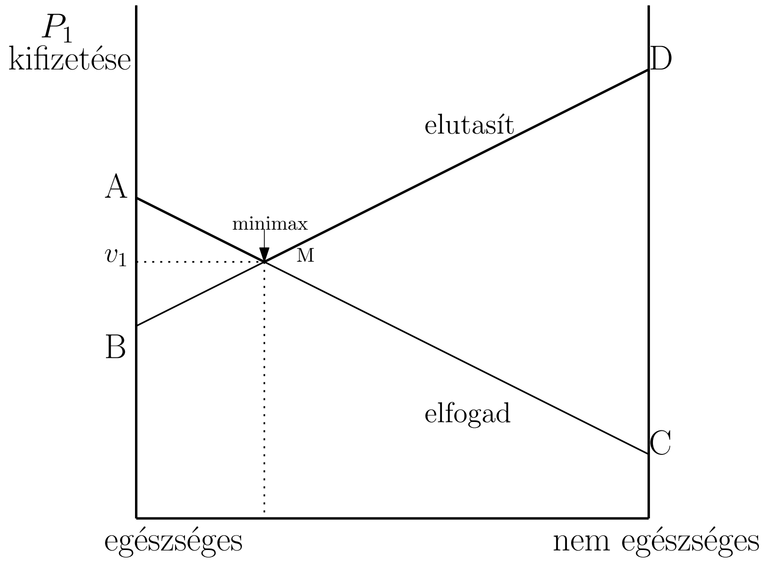
Ahhoz, hogy megkapjuk a játék értékét, valamint P_1 optimális stratégiáját, kétféle módszert használhatunk: a minimax kritériumot vagy a Bayes-i kritériumot.

3.2. A minimax kritérium

A minimax kritérium alkalmazása során feltesszük, hogy a vizsgált játék nulla összegű, azaz P_2 úgy tudja növelni a hasznosságát, ha ezzel párhuzamosan P_1 hasznossága ugyanolyan mértékben csökken. Azt is feltesszük, hogy az ügyfél célja a saját hasznosságának maximalizálása, amivel a biztosító hasznosságát minimalizálja (a nulla összegűség miatt). Ezt a megközelítést a biztosító akkor alkalmazza, ha pesszimista, és csak a biztonságának szintje érdekli.

3.2.1. Rendelkezésre álló információ nélküli optimális stratégiák

A játék kétszemélyes és nulla összegű, ami ábrázolható grafikusan. Az 1. ábrát az alábbiak szerint értelmezhetjük: A függőleges tengelyeken P_1 hasznossága van, a lehetséges választásait a két egymást metsző egyenes jelzi (vagy elfogadja (AC egyenese) vagy elutasítja az ügyfelet (BD egyenese)), jelölje a metszéspontot M. A vízszintes tengelyen P_2 lehetőségei vannak: mutathatja magát teljesen egészségesnek, betegnek, vagy bármilyen kevert stratégiát is alkalmazhat (azaz mutathatja magát tetszőleges $0 \leq \beta \leq 1$ valószínűséggel betegnek, és $(1-\beta)$ valószínűséggel egészségesnek). A kevert stratégiák alkalmazása itt feltehető, mivel a játékot sokszor egymás után lejátsszák.



1. ábra. **A játék minimax kritérium esetén**

Forrás: Lemaire, 1980, 2. oldal alapján saját szerkesztés

Mivel P_2 hasznossága a P_1 hasznosságának (-1)-szerese, így P_2 célja az, hogy minimalizálja a biztosító maximális hasznosságát. Azaz az AMD töröttvonal minimumát keresi, ami az M pont (ez a minimax megoldás). Az M y koordinátája a játék értékét mutatja, míg az x koordinátája megadja P_2 optimális kevert stratégiáját. P_1 optimális kevert stratégiája hasonlóan megadható.

Tehát ha P_1 a következő kevert stratégiát alkalmazza: $p_A = \frac{D-B}{A+D-B-C}$ valószínűséggel elfogadja és $p_R = 1-p_A$ valószínűséggel elutasítja az ügyfelet, akkor a biztosító garantálja, hogy a hasznossága $v_1 = \frac{AD-BC}{A+D-B-C}$ legyen (bármilyen stratégiát is alkalmaz a másik játékos). P_2 optimális stratégiája pedig az, hogy $p_H = \frac{D-C}{A+D-B-C}$ valószínűséggel egészségesnek látszódjon.

3.2.2. Egészségügyi információ bevezetése

Az előző pontban leírt modell nagyon naiv, és csak összehasonlítási alapul fog szolgálni a továbbiakban, mivel nem veszi figyelembe, hogy a biztosító képes információt szerezni az ügyfél egészségi állapotáról. Az információszerzés történhet kérdőívvel vagy egészségügyi vizsgálattal. Az így szerzett információ csak részben megbízható, a biztosítónak nincs tökéletes információja az ügyfélről. Azonban hiába hiányos, az információ segítségével növelhetjük P_1 garantált hasznosságát.

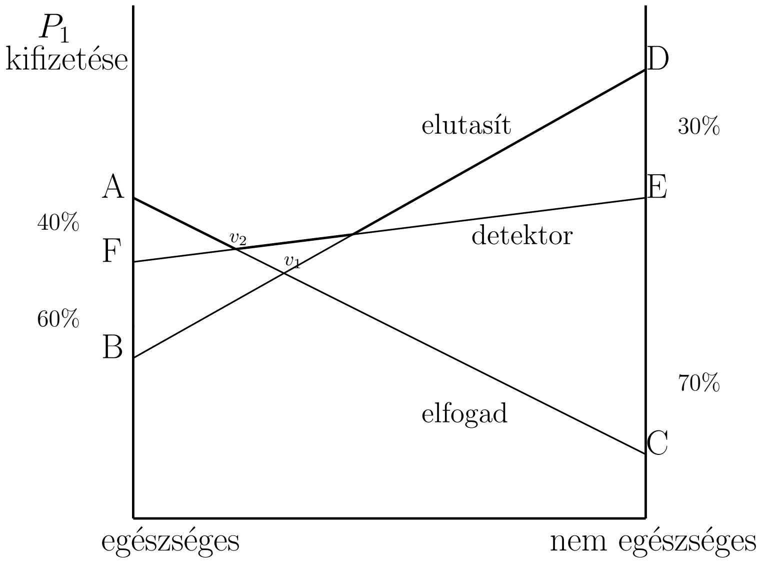
Hogyan tudja a biztosító optimálisan felhasználni a megszerzett információt? Az egészségügyi információt elegendő két paraméterrel jellemezni: legyen p_S annak a valószínűsége, hogy sikeresen felismerünk egy rossz kockázatot (azaz hogy valaki beteg), p_F pedig annak a valószínűsége, hogy hibásan gondolunk valakit betegnek (azaz "téves riasztás" történik). Ezen valószínűségek bevezetése után P_1-nek adódik egy harmadik tiszta stratégiája: követi az egészségügyi információ előrejelzését. Ekkor ha az ügyfél beteg, akkor a betegségét p_S valószínűséggel észleli, $1 - p_S$ valószínűséggel nem veszi észre P_1. Tehát ekkor a biztosító várható hasznossága:

$$E = D \cdot p_S + C \cdot (1 - p_S)$$

Hasonlóan megadható a biztosító várható hasznossága abban az esetben, ha az ügyfél egészséges:

$$F = (1 - p_F) \cdot A + p_F \cdot B$$

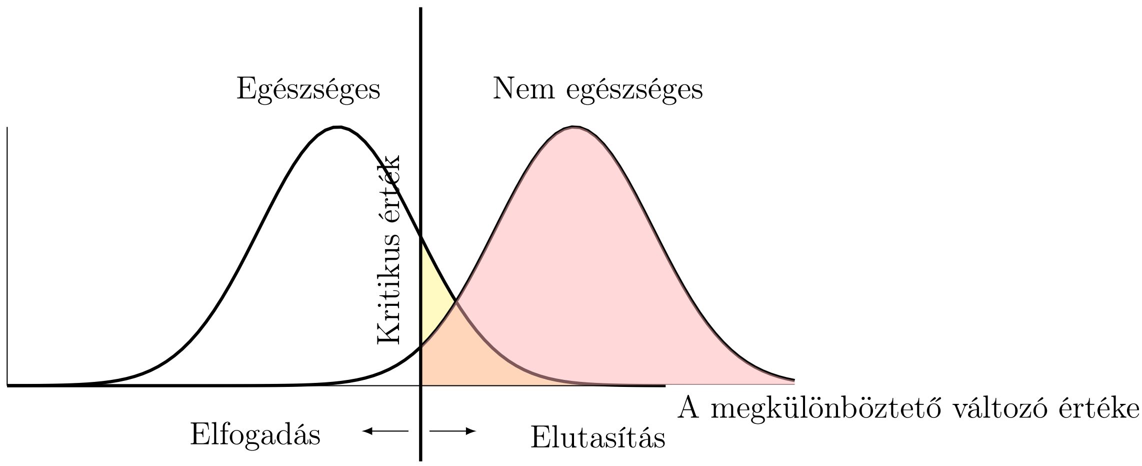
A következő ábra (2.) egy "detektort" ábrázol, amelynél $p_S = 0,7$ és $p_F = 0,4$.



2. ábra. **Detektor bevezetése**

Forrás: Lemaire, 1980, 4. oldal alapján saját szerkesztés

Láthatjuk, hogy ebben az esetben P_1 garantálhat magának egy $v_2 > v_1$ hasznosságot. Ezt úgy teheti, hogy az "elfogadás" és a "detektor előrejelzésének követése" tiszta stratégiákat alkalmazza pozitív valószínűségekkel (mivel ezen tiszta stratégiákhoz tartozó egyenesek metszéspontjában éri el a v_2 hasznosságot). Ha p_S és p_F értékét megváltoztatnánk, az optimális kevert stratégia is más lehetne, más tiszta stratégiákból állhatna össze. Az is előfordulhat, hogy a detektor olyan pontatlan, hogy az EF egyenes a BD és AC metszéspontja alatt fut. Ekkor az egészségügyi információ használhatatlan, mivel nem növeli P_1 minimax hasznosságát az információ nélküli minimax megoldáshoz képest.



3. ábra. **Detektor meghatározása küszöbértékkel**

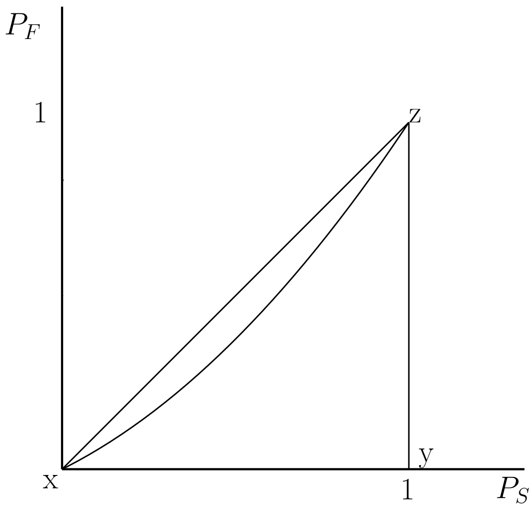
Forrás: Lemaire, 1980, 5. oldal alapján saját szerkesztés

3.2.3. Az optimális detektor

A detektort a (p_S, p_F) valószínűségpár határozza meg. A biztosító szigoríthatja az elfogadási feltételeket, ezzel több ügyfelet utasít el, így a sikeres betegségfelismerés valószínűségét (p_S-et) növeli. Sajnos ezzel párhuzamosan a téves riasztás valószínűsége (p_F) is növekedni fog ilyen változtatás mellett. Most arra keressük a választ, hogy egy optimális detektornak milyenek a paraméterei. A biztosító jobban jár egy érzékeny géppel, amely nagy valószínűséggel találja meg sikeresen a betegségeket, azonban a téves riasztási rátája is magas; vagy hasznosabb neki egy "lassú" gép, aminek kisebbek a (p_S, p_F) paraméterei?

Tegyük fel, hogy minden egészségügyi információ belekerült egy megkülönböztető változóba. A változó eloszlása egy egészséges populáción általában átfed a nem egészséges (beteg) csoporton vett eloszlással. Ekkor a detektort meghatározhatjuk úgy, hogy választunk egy küszöbértéket, aminél magasabb értékek esetén elutasítja, alacsonyabb értékek esetén pedig elfogadja az ügyfelet. Ez a módszer akkor optimális, ha feltesszük, hogy az eloszlások normálisak, és azonos szórásúak.

A 3. ábrán látható sárga terület a téves riasztás valószínűsége, a piros terület pedig a sikeres észlelés valószínűsége. Minden kritikus érték meghatározza ezen kétfajta valószínűséget. Ha a kritikus értéket növeljük, akkor a valószínűségek kisebbek lesznek, így a detektor "lassabb" lesz. Ha pedig csökkentjük a kritikus értéket, akkor érzékenyebb detektort kapunk.



4. ábra. **Hatékonysági görbe**

Forrás: Lemaire, 1980, 5. oldal alapján saját szerkesztés

A 4. ábrán látható, hogy a lehetséges kritikus értékek halmaza meghatározza a megkülönböztető változó hatékonysági görbéjét. Minél gyengébb a megkülönböztető ereje a változónak, annál közelebb van a hatékonysági görbéje a következő ábrán látható xz választóvonalhoz. Ha létezne tökéletes detektor, annak a hatékonysági görbéje az xyz töröttvonal lenne.

A detektorok halmaza meghatározza a játék lehetséges értékeinek halmazát. Legyen a biztosító számára a lehető legmagasabb érték v^*! Ezt akkor éri el, ha a 2. ábrán látható EF egyenes vízszintes (ennek vázlatos bizonyítása szerepel Lemaire cikkében [2]). Tehát a biztosító számára optimális detektor paramétereit úgy kaphatjuk meg, hogy egyenlővé tesszük az E és F hasznosságokat:

$$D \cdot p_S + C \cdot (1 - p_S) = A \cdot (1 - p_F) + B \cdot p_F$$

Ekkor a

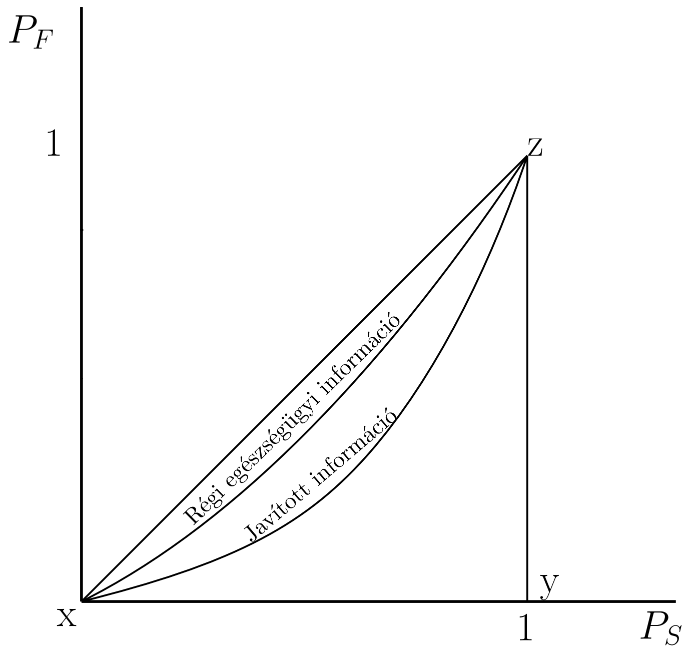
$$p_F = \frac{D - C}{B - A} \cdot p_S + \frac{C - A}{B - A}$$

egyenlet meghatároz egy egyenest a 4. ábrában, melynek a hatékonysági görbével vett metszéspontja megadja az optimumot.

Megjegyzés: P_1 optimális stratégiája az a tiszta stratégia, hogy kövesse a detektor előrejelzését. Ekkor a detektor működésében lévő kis mértékű "zaj" megfelelő véletlenszerűséget teremt ahhoz, hogy P_2 ne tudja előre a biztosító lépéseit.

3.2.4. A detektor fejlesztéséből fakadó érték

Egy egészségügyi vizsgálat mindig fejleszthető: hozzáadhatnak egy EKG-t, egy vérvizsgálatot, vagy más orvosi eljárásokat. Azonban az a kérdés, hogy ez megéri-e a biztosítónak. A fejlesztéssel növekszik a megkülönböztető ereje a változónknak, a p_S és p_F valószínűségek javulnak, azaz jobban meg tudjuk különböztetni a beteg és egészséges ügyfeleket egymástól. Tehát a detektor hatékonysági görbéje távolabb fog elhelyezkedni a választóvonaltól, mint az eredeti vizsgálat esetén (ez látható az alábbi (5.) ábrán is).



5. ábra. **A detektor fejlesztésének hatása a hatékonysági görbére**

Forrás: Lemaire, 1980, 7. oldal alapján saját szerkesztés

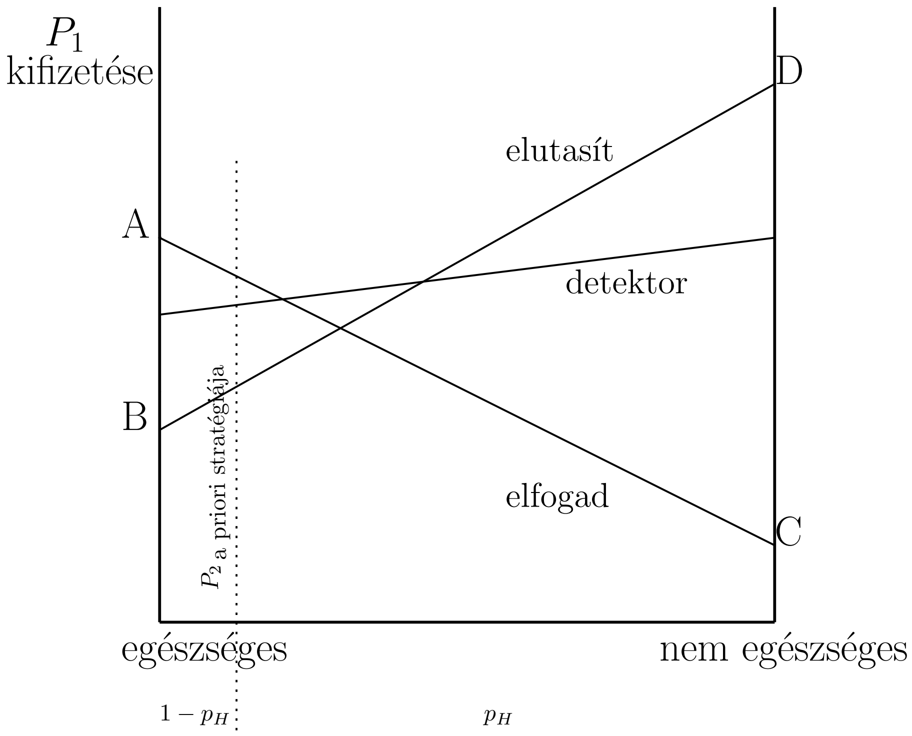
Az előző pontban meghatározott $p_F = \frac{D-C}{B-A} \cdot p_S + \frac{C-A}{B-A}$ egyenes csak a hasznosságoktól függ, így a hatékonyság növekedésével nem változik. Ezen egyenesnek és az új hatékonysági görbének a metszéspontja megadja az új optimális detektort. Az új optimális detektorhoz tartozó játék érték nagyobb, mint az előző esetbeli érték a biztosító számára.

Ha a vizsgálat fejlesztésének költsége kisebb, mint az új és a régi optimális hasznosság különbsége, akkor a biztosítónak megéri bevezetni a fejlesztéseket. Tehát P_1 bármilyen az optimumok különbségénél kisebb összeget hajlandó kifizetni a fejlesztésért, azonban ennél nagyobb költség esetén nem vezeti be a változtatást.

3.3. A Bayes-i kritérium

Most nem azt tesszük fel, hogy az ügyfelek mindenképpen meg akarják téveszteni a biztosítót. Azt tesszük fel, hogy a biztosító alkalmazhatja a Bayes-i kritériumot, azaz felteszi, hogy P_2-nek van egy rögzített a priori stratégiája. Feltehetjük (korábbi tapasztalatok, vagy egy teljeskörű egészségügyi vizsgálatot tartalmazó felmérés eredményei alapján), hogy az ügyfelek p_H hányada egészséges.

A számítások ebben az esetben egyszerűbbek lesznek, mivel feltettük, hogy P_2 kevert stratégiája ismert, ez a korábban is látott szerkezetű ábrán egy függőleges (szaggatott) vonalként jelenik meg. Így P_1 problémája 1-dimenzióssá redukálódik: maximalizálni szeretné a hasznosságát ezen a függőleges vonalon.



6. ábra. **A játék Bayes-i kritériummal**

Forrás: Lemaire, 1980, 12. oldal alapján saját szerkesztés

A 6. ábrából látszik, hogy az egészségügyi vizsgálat néha használhatatlan, főleg akkor, ha p_H értéke közel van 1-hez. Ebben az esetben P_1 optimális stratégiája az, hogy elfogadja az összes ügyfelet. Az általános esetben viszont P_1 maximalizálja p_F és p_H alábbi lineáris függvényét:

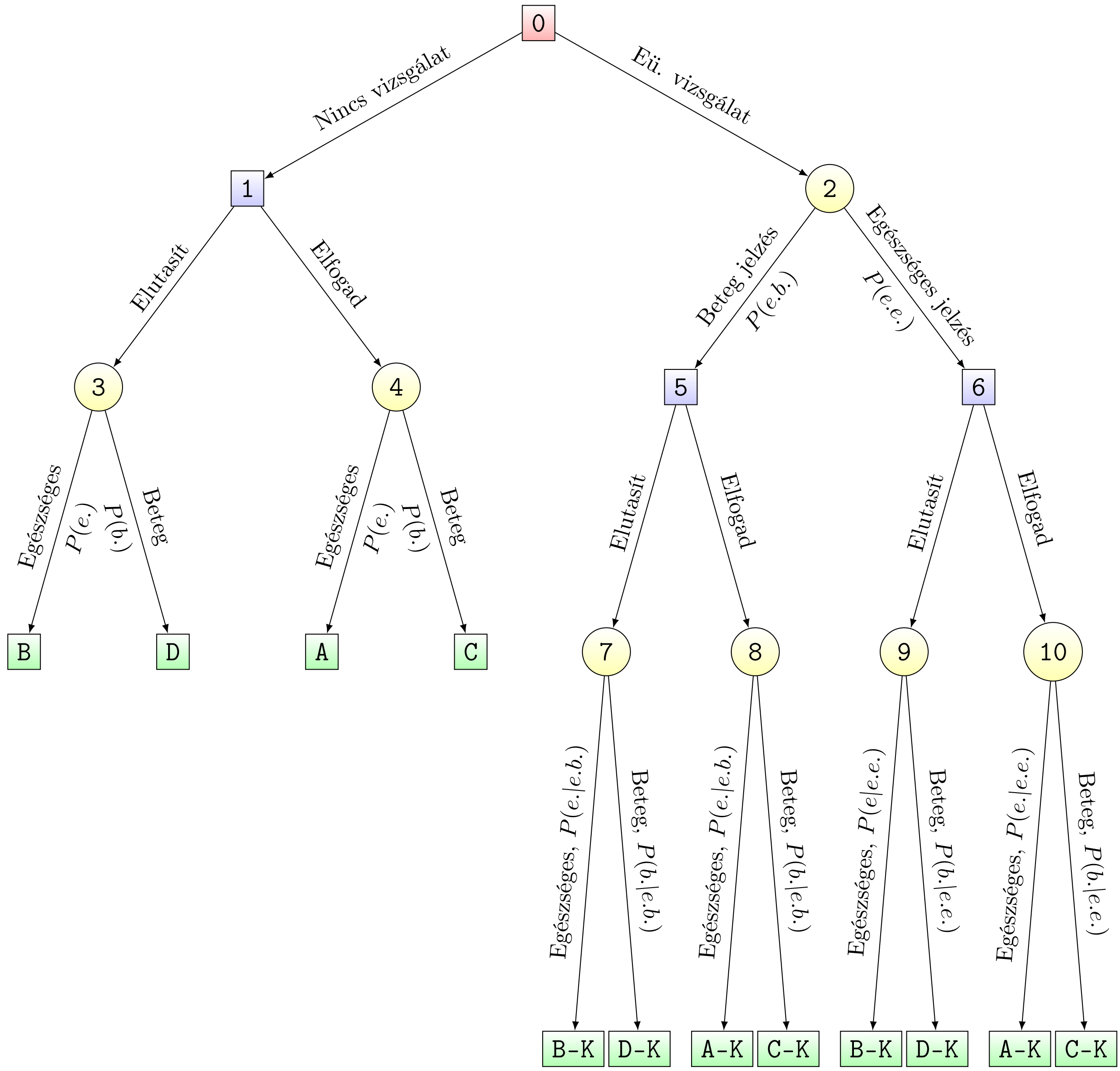
$$[p_F \cdot B + (1 - p_F) \cdot A] \cdot p_H + [p_S \cdot D + (1 - p_S) \cdot C] \cdot (1 - p_H)$$

azzal a feltétellel, hogy p_F és p_S a 4. ábra szerinti kapcsolatban áll egymással.

3.4. Az egészségügyi vizsgálat árának figyelembevétele döntési fa segítségével

A valóságban az egészségügyi információ megszerzése a biztosító számára költséggel járhat, a valóságban azonban fennállhat ilyen eset. Ebben a részben a Lemaire [2] cikkében felvázolt helyzetet gondolom tovább, a saját eredményeimet mutatom be.

Legyen K az előzetes egészségügyi vizsgálat ára! Ez a biztosító költségeként jelenik meg a modellben. Ez nem építhető be az előző hasznossági mátrixba, ezért ábrázolom a modellt döntési fával. A, B, C és D a korábban is látott hasznosságok. Ezekkel a hasznosság jelölésekkel írjuk fel a következő döntési fát (7. ábra):



7. ábra. **A biztosító döntési fája**

Forrás: Saját szerkesztés

3.4.1. Jelölések, feltételezések

A biztosító döntési helyzetének vizsgálata során a következő elnevezéseket, jelöléseket fogom használni:

- A, B, C, D: A Lemaire [2] által bevezetett jelölések a biztosító hasznosságaira.
- K: Az előzetes egészségügyi vizsgálat ára, azaz a biztosító költsége.
- *döntési csúcsok*: A fában a kék és piros négyzet alakú csúcsok. Azt jelzik, hogy azon a ponton a biztosító valamilyen döntést hoz.

- *esemény elágazások*: A sárga kör alakú csúcsok, amelyekben valamilyen véletlen esemény történik. Az esemény elágazásoknál található éleken az egyes kimenetelek valószínűségei is szerepelnek paraméteresen.

- *levelek*: A döntési fa levelei, azaz a zöld csúcsok az egyes kimenetelekhez tartozó hasznosságokat tartalmazzák.

- A paraméteres valószínűségek felírása során a következő rövidítéseket használom: $e.$ – egészséges, $b.$ – beteg, $e.e.$ – előrejelzés: egészséges, $e.b.$ – előrejelzés: beteg.

- *sokasági valószínűségek*: $P(e.)$ és $P(b.)$. $P(e.)$ annak a valószínűsége, hogy valaki egészséges, $P(b.)$ pedig annak a valószínűsége, hogy valaki beteg.

- *detektálási valószínűségek*: $P(e.e.|e.)$, $P(e.b.|e.)$, $P(e.e.|b.)$ és $P(e.b.|b.)$. Ezek annak a valószínűségét adják meg, hogy az előzetes orvosi vizsgálat (a detektor) egészséges/beteg előrejelzést ad feltéve, hogy az adott ügyfél egészséges/beteg.

Időrendben a következőképpen zajlanak az események:

Először a biztosító dönt arról, hogy végez-e előzetes egészségügyi vizsgálatot vagy sem. Ha nincs vizsgálat, akkor a következő lépésben dönt arról (a sokasági valószínűségek alapján), hogy az adott ügyfelet elfogadja vagy elutasítja, ezután a véletlentől függ, hogy az ügyfél beteg vagy egészséges. Ha a biztosító kér vizsgálatot, akkor ennek a vizsgálatnak az eredménye lehet beteg vagy egészséges előrejelzés (ez véletlentől függ). Ezután a biztosító dönt arról, hogy elfogadja-e az ügyfelet (de ebben az esetben már a birtokában van az előrejelzésből származó információ), majd a véletlentől függ, hogy az ügyfél beteg lesz-e.

Feltevések:

- A sokasági valószínűségek ($P(e.)$ és $P(b.)$) adottak.

- A detektálási valószínűségek ($P(e.e.|e.)$, $P(e.b.|e.)$, $P(e.e.|b.)$ és $P(e.b.|b.)$) is adottak.

- A [2] cikkben már feltette a szerző, hogy az A, B, C, D hasznosságok közül C a legkisebb, $A > B$ és $D > B$.

- $A > D$ reláció áll fenn a két kedvező kimenetelhez tartozó hasznosságértékek között (Lemaire [2] az ellentétes relációra vonatkozó feltevést használta a cikkében, azonban megjegyezte, hogy bármelyik irányú reláció lehetséges). Ez feltehető, mivel ha a biztosító elutasít egy beteg ügyfelet, akkor nem lesz vesztesége, viszont ha jól áraz, akkor egy egészséges ügyfél elfogadásával tud profitot termelni.

- A detektor nem működik nagyon rosszul: ha például egy ügyfél esetében egészséges előrejelzést ad, akkor annak a valószínűsége, hogy egészséges az adott ügyfél nagyobb, mint annak a valószínűsége, hogy beteg. Tehát a következő relációk tehetőek fel a fában szereplő feltételes valószínűségek között: $P(b.|e.b.) > P(e.|e.b.)$ és $P(e.|e.e.) > P(b.|e.e.)$.

- $D - C > A - B$ áll fenn, azonban nem sokkal nagyobb $D - C$, mint $A - B$. Ez a feltevés azzal magyarázható az $A > D > B > C$ nagyság szerinti sorrend mellett, hogy C igen kicsi hasznosság általában (mivel ezzel szembesül a biztosító akkor, ha elfogad egy beteg ügyfelet), így a D-től való eltérése nagyobbnak feltételezhető, mint az $A - B$ eltérés.

Azaz felteszem, hogy a beteg ügyfél elfogadása jobban rontja a biztosító helyzetét, mint amennyire az egészséges ügyfél elfogadása javítja. Mivel az A hasznosság (amit akkor szerez meg a biztosító, ha elfogad egy egészséges ügyfelet) nagy tud lenni, így növelni tudja az $A - B$ különbséget. Ezért vettem bele a feltételezésbe azt, hogy a két különbség nem sokkal tér el egymástól.

3.4.2. A fában szereplő valószínűségek

A döntési fa azon fő ágán, ahol van egészségügyi vizsgálat, feltételes valószínűségekkel számoltam. Azonban ezek nem a detektálási valószínűségek. A levelekhez tartozó éleken olyan típusú feltételes valószínűségek szerepelnek, mint például annak a valószínűsége, hogy az ügyfél egészséges feltéve, hogy az előrejelzés egészséges volt ($P(e.|e.e.)$). Ezen kívül a 2-es csúcsból induló éleken annak a (feltétel nélküli) valószínűsége szerepel, hogy az előrejelzés egészséges ($P(e.e.)$), illetve hogy beteget jelzett előre a detektor ($P(e.b.)$). A fa ezen felén szereplő valószínűségek nem adottak, de ki lehet őket számolni az adott sokasági és detektálási valószínűségekből.

A teljes valószínűség tétele és a Bayes-tétel felhasználásával kiszámolhatóak az előbb említett valószínűségek. Először $P(e.e.)$-t számolom ki:

$$P(e.e.) = P(e.e. \cap e.) + P(e.e. \cap b.) = P(e.e.|e.) \cdot P(e.) + P(e.e.|b.) \cdot P(b.)$$

Hasonlóan adódik $P(e.b.)$:

$$P(e.b.) = P(e.b. \cap e.) + P(e.b. \cap b.) = P(e.b.|e.) \cdot P(e.) + P(e.b.|b.) \cdot P(b.)$$

Ezek után a Bayes-tétel segítségével felírhatók a fán szereplő feltételes valószínűségek:

$$P(e.|e.e.) = \frac{P(e. \cap e.e.)}{P(e.e.)} = \frac{P(e.e.|e.) \cdot P(e.)}{P(e.e.)}$$

$$P(e.|e.b.) = \frac{P(e. \cap e.b.)}{P(e.b.)} = \frac{P(e.b.|e.) \cdot P(e.)}{P(e.b.)}$$

$$P(b.|e.e.) = \frac{P(b. \cap e.e.)}{P(e.e.)} = \frac{P(e.e.|b.) \cdot P(b.)}{P(e.e.)}$$

$$P(b.|e.b.) = \frac{P(b. \cap e.b.)}{P(e.b.)} = \frac{P(e.b.|b.) \cdot P(b.)}{P(e.b.)}$$

Tehát már minden hasznosság és valószínűség a rendelkezésünkre áll, ami a fában szerepel. Ezek alapján ki lehet értékelni a döntési fát.

3.4.3. Bayes-i döntési fa kiértékelése

A Bayes-i döntési fát úgy értékelem ki, hogy a levelektől indulva visszafelé haladok a fán, és minden csúcshoz megadom a hozzá tartozó feltételes várható hasznosságot, azaz azt, hogy mennyi a biztosító várható hasznossága feltéve, hogy az addig a csúcsig vezető éleken lévő események már megtörténtek.

A kék négyzet alakú csúcsoknál egy döntést hoz a biztosító. Mivel feltettük, hogy a biztosító maximalizálni szeretné a várható hasznosságát, így minden döntési csúcsnál azt a döntést hozza, amelyik esetben nagyobb lesz a várható hasznossága. Tehát például az 1-es csúcsnál megnézi, hogy a 3-as vagy a 4-es csúcshoz tartozó feltételes várható hasznosság a nagyobb, és ezen reláció alapján dönti el, hogy elfogadja vagy elutasítja az adott ügyfelet. Ekkor ha például a 3-ashoz tartozó feltételes várható hasznosság lenne a nagyobb, akkor ez az érték lesz az 1-es csúcs értéke is, és megjegyezzük, hogy az "Elutasítás" él mentén jutottunk el ehhez a várható hasznossághoz.

A kiértékelés elméletének áttekintése után most elvégzem a lépéseket a paraméteres példán. Először a feltételes várható hasznosságokat adom meg:

A 3-as csúcshoz tartozó érték: a biztosító várható hasznossága, ha nincs egészségügyi vizsgálat, és elutasítja az ügyfelet:

$$P(e.) \cdot B + P(b.) \cdot D$$

A 4-es csúcshoz tartozó érték: A biztosító várható hasznossága, ha nincs egészségügyi vizsgálat, és elfogadja az ügyfelet:

$$P(e.) \cdot A + P(b.) \cdot C$$

A 7-es csúcshoz tartozó érték: a biztosító várható hasznossága, ha van egészségügyi vizsgálat, annak előrejelzése szerint beteg az ügyfél, majd a biztosító elutasítja:

$$P(e.|e.b.) \cdot (B - K) + P(b.|e.b.) \cdot (D - K)$$

A 8-as csúcshoz tartozó érték: a biztosító várható hasznossága, ha van egészségügyi vizsgálat, annak előrejelzése szerint beteg az ügyfél, de mégis elfogadja a biztosító:

$$P(e.|e.b.) \cdot (A - K) + P(b.|e.b.) \cdot (C - K)$$

A 9-es csúcshoz tartozó érték: a biztosító várható hasznossága, ha van egészségügyi vizsgálat, annak előrejelzése szerint egészséges az ügyfél, de a biztosító mégis elutasítja:

$$P(e.|e.e.) \cdot (B - K) + P(b.|e.e.) \cdot (D - K)$$

A 10-es csúcshoz tartozó érték: a biztosító várható hasznossága, ha van egészségügyi vizsgálat, annak előrejelzése szerint egészséges az ügyfél, és a biztosító elfogadja:

$$P(e.|e.e.) \cdot (A - K) + P(b.|e.e.) \cdot (C - K)$$

Ezzel elérkezünk a döntési csúcsokig. Minden ilyen csúcsnál azt a döntést hozza, amely esetében nagyobb lesz a várható hasznossága. Így az előbb kiszámolt értékek közül a testvércsúcsok közötti relációkat kellene a következő lépésben meghatározni:

$$P(e.) \cdot B + P(b.) \cdot D \text{ vs. } P(e.) \cdot A + P(b.) \cdot C \quad (1)$$

$$P(e.|e.b.) \cdot (B - K) + P(b.|e.b.) \cdot (D - K) \text{ vs. } P(e.|e.b.) \cdot (A - K) + P(b.|e.b.) \cdot (C - K) \quad (2)$$

$$P(e.|e.e.) \cdot (B - K) + P(b.|e.e.) \cdot (D - K) \text{ vs. } P(e.|e.e.) \cdot (A - K) + P(b.|e.e.) \cdot (C - K) \quad (3)$$

Látható, hogy a K költségtől nem függenek az (1)-(3) relációk, mivel mindegyik esetben mindkét oldalon azonos valószínűségekkel szorozzuk K-t (tehát átrendezéssel kiesnének a K-t tartalmazó részek).

Az alfejezet elején található feltevések felhasználásával vizsgálom meg a (2) és a (3) relációt, amelyek alapján eldől, hogy mely értékek tartoznak majd az 5-ös illetve a 6-os csúcshoz. A relációk meghatározásához úgy tekintek a fentiekre, mint egyenlőtlenségekre, és ennek megfelelően átrendezem őket. Így egyszerűbb alakra hozható a két oldal, és könnyebben lehet látni a viszonyukat.

Először az 5-ös csúcsot nézem, azaz a (2) egyenlőtlenséget. Az átrendezés során a K költséget tartalmazó részeket hozzáadtam mindkét oldalhoz, így ezek kiestek. Majd a feltételes valószínűségek szerint rendeztem egy oldalra a kifejezéseket, ezzel a következőt kaptam:

$$P(b.|e.b.) \cdot (D - C) \text{ vs. } P(e.|e.b.) \cdot (A - B)$$

Mivel feltettük, hogy $D - C > A - B$ és $P(b.|e.b.) > P(e.|e.b.)$ teljesül, így azt kapjuk, hogy: $P(b.|e.b.) \cdot (D - C) > P(e.|e.b.) \cdot (A - B)$. Ez alapján az eredeti (2) reláció a következőképpen alakul:

$$P(e.|e.b.) \cdot (B - K) + P(b.|e.b.) \cdot (D - K) > P(e.|e.b.) \cdot (A - K) + P(b.|e.b.) \cdot (C - K)$$

Vagyis a 7-es csúcs értéke nagyobb, mint a 8-as értéke, ezért a biztosító *az 5-ös döntési csúcsban elutasítja* az ügyfelet. Ez intuitívan is észszerűnek tűnik, mivel a vizsgálat eredménye ebben az esetben az lett, hogy valószínűleg beteg az ügyfél, és az jött ki, hogy a biztosítónak ekkor jobban megéri elutasítani őt. Az 5-ös csúcs értéke a 7-es csúcshoz tartozó értékkel egyezik meg.

Ezután a 6-os csúcsnál felmerülő döntést vizsgálom. A (3) reláció fogja megadni, hogy a biztosító elutasítja vagy elfogadja az ügyfelet. Itt is átrendezem az egyenlőtlenséget úgy, hogy kiessenek a K-t tartalmazó szorzatok, valamint a feltételes valószínűségek szerint legyenek egy oldalra rendezve a kifejezések:

$$P(b.|e.e.) \cdot (D-C) \text{ vs. } P(e.|e.e.) \cdot (A-B)$$

Mivel $D-C$ és $A-B$ különbsége nem nagy, így ebben az esetben a feltételes valószínűségek viszonya dönti el a relációt: $P(b.|e.e.) < P(e.|e.e.)$. Ez azért van, mert feltettük, hogy a detektor (az egészségügyi vizsgálat) viszonylag hatékony, azaz a $P(e.|e.e.)$ és $P(b.|e.e.)$ valószínűségek között jelentősebb különbség van, mint $D-C$ és $A-B$ között. Vagyis a jelen esetben kérdéses relációt akkor dönti el a valószínűségek viszonya, ha teljesül a következő arányok közötti egyenlőtlenség:

$$\frac{P(b.|e.e.)}{P(e.|e.e.)} < \frac{A-B}{D-C}$$

Tehát az egyszerűbb alakra hozott egyenlőtlenség a következőképpen néz ki: $P(b.|e.e.) \cdot (D-C) < P(e.|e.e.) \cdot (A-B)$. Ebből pedig ekvivalens átalakításokkal megkapjuk az eredeti (3) egyenlőtlenséget:

$$P(e.|e.e.) \cdot (B-K) + P(b.|e.e.) \cdot (D-K) < P(e.|e.e.) \cdot (A-K) + P(b.|e.e.) \cdot (C-K)$$

Ez alapján az mondható, hogy a *6-os döntési csúcsnál a biztosító elfogadja* az ügyfelet, mivel a 9-es csúcs értéke kisebb, mint a 10-es csúcsé. Ez az eredmény is egybevág az intuícióval, mivel ebben az esetben a vizsgálat eredménye egy egészséges előrejelzés lett, ami után az ügyfél elfogadására kerül sor. A 6-os csúcshoz tartozó érték megegyezik a 10-es csúcs értékével.

A 2-es csúcsnál véletlentől függő esemény határozza meg, hogy melyik ágon haladunk tovább, így az ezen csúcshoz tartozó érték meghatározható az 5-ös és a 6-os csúcs értékei, valamint a fában szereplő valószínűségek alapján:

$$P(e.b.) \cdot (\text{5-ös csúcs értéke}) + P(e.e.) \cdot (\text{6-os csúcs értéke}) =$$
$$= P(e.b.) \cdot (P(e.|e.b.) \cdot (B-K) + P(b.|e.b.) \cdot (D-K)) + P(e.e.) \cdot (P(e.|e.e.) \cdot (A-K) + P(b.|e.e.) \cdot (C-K))$$

Ez a Bayes-tétel szerint megegyezik a következővel:

$$P(e. \cap e.b.) \cdot (B-K) + P(b. \cap e.b.) \cdot (D-K) + P(e. \cap e.e.) \cdot (A-K) + P(b. \cap e.e.) \cdot (C-K) =$$
$$= P(e. \cap e.b.) \cdot B + P(b. \cap e.b.) \cdot D + P(e. \cap e.e.) \cdot A + P(b. \cap e.e.) \cdot C -$$
$$-K \cdot (P(e. \cap e.b.) + P(b. \cap e.b.) + P(e. \cap e.e.) + P(b. \cap e.e.))$$

Itt láthatjuk, hogy a K olyan események valószínűségeivel van szorozva, melyek együtt egy teljes eseményrendszert alkotnak, így a valószínűségeik összege 1. Tehát *a 2-es esemény elágazáshoz tartozó érték*:

$$P(e. \cap e.b.) \cdot B + P(b. \cap e.b.) \cdot D + P(e. \cap e.e.) \cdot A + P(b. \cap e.e.) \cdot C - K$$

Ahhoz, hogy meg tudjuk mondani, hogy a biztosítónak mekkora költség mellett érdemes egészségügyi vizsgálatot végezni, még meg kell határozni az 1-es csúcshoz tartozó várható hasznosságot. Ez azonban a sokasági valószínűségek egymáshoz való viszonyától függ, így a következőkben esetekre bontva vizsgálom a helyzetet. Az esetek a különböző populációk szerint alakulnak: attól függ az 1-es csúcs értéke, hogy betegebb vagy egészségesebb populációnk van.

1. eset: betegebb populáció, azaz $P(b.) \geq P(e.)$:

Az 1-es csúcs értékének meghatározásához a következő (1) relációt kell meghatároznunk:

$$P(e.) \cdot B + P(b.) \cdot D \text{ vs. } P(e.) \cdot A + P(b.) \cdot C$$

Hasonlóan a többi csúcshoz, itt is egyenlőtlenségként tekintek rá, és egy oldalra rendezem a kifejezéseket a sokasági valszínűségek szerint:

$$P(b.) \cdot (D - C) \text{ vs. } P(e.) \cdot (A - B)$$

Már korábban feltettük, hogy $D - C > A - B$, így ha betegebb populációról van szó (vagy a betegek és az egészségesek $50 - 50$ %-ban vannak jelen), akkor biztosan a bal oldali kifejezés a nagyobb. Tehát az eredeti (1) reláció a következőképpen néz ki:

$$P(e.) \cdot B + P(b.) \cdot D > P(e.) \cdot A + P(b.) \cdot C$$

Ez azt jelenti, hogy az 1-es döntési csúcs értéke a 3-as csúcshoz tartozó értékkel egyezik meg, és *a biztosító elutasítja az ügyfelet.* Ez is egybevág az intuícióval, mivel ha tudja a biztosító, hogy nagyobb valószínűséggel beteg az ügyfél, mint egészséges, és nem áll rendelkezésére más információ (a vizsgálat hiánya miatt), akkor elutasítja az ügyfelet.

A 0-s csúcsnál a biztosító döntése függ a K költségtől a 2-es csúcs értéke miatt. Emiatt azt adjuk meg, hogy a különböző populációk esetén legfeljebb mennyit lenne hajlandó fizetni a biztosító az egészségügyi vizsgálatért. Tehát egy felső korlátot adunk meg, amelynél ha nagyobb a K költség, akkor a biztosítónak nem éri meg vizsgálatot végezni; ha pedig legfeljebb akkora a K, akkor megéri. Ezt a korlátot a következők segítségével állítjuk elő:

Várható érték mintainformációval: ez lenne a várható hasznosság a 2-es csúcsban, ha ingyenes lenne az egészségügyi vizsgálat (a mintainformáció esetünkben a vizsgálatból fakadó információt jelenti). Tehát ez a várható érték:

$$(\text{2-es csúcs értéke}) + K = P(e. \cap e.b.) \cdot B + P(b. \cap e.b.) \cdot D + P(e. \cap e.e.) \cdot A + P(b. \cap e.e.) \cdot C$$

Várható érték az eredeti információ alapján: ez a várható hasznosság, ha nincs mintainformáció, azaz nincs vizsgálat. Tehát ez az 1-es csúcs értékével egyezik meg (ez változik a különböző esetekben):

$$P(e.) \cdot B + P(b.) \cdot D$$

Ezek alapján a mintainformáció, azaz *az egészségügyi vizsgálat árának felső korlátja*:

$$\text{(2-es csúcs értéke)} + K - \text{(1-es csúcs értéke)} =$$
$$= P(e. \cap e.b.) \cdot B + P(b. \cap e.b.) \cdot D + P(e. \cap e.e.) \cdot A + P(b. \cap e.e.) \cdot C - (P(e.) \cdot B + P(b.) \cdot D) =$$
$$= (P(e. \cap e.b.) - P(e.)) \cdot B + (P(b. \cap e.b.) - P(b.)) \cdot D + P(e. \cap e.e.) \cdot A + P(b. \cap e.e.) \cdot C$$

$P(e. \cap e.b.) - P(e.)$ és $P(b. \cap e.b.) - P(b.)$ értékei minden esetben nempozitívak, mivel $e. \cap e.b.$ esemény az $e.$ esemény része, így a valószínűsége nem lehet nagyobb, mint az $e.$ valószínűsége (hasonlóan $b. \cap e.b.$ és $b.$ esetén). Tehát ha $P(e.b.) \neq 1$, azaz a detektor által adott előrejelzés nem 0 valószínűséggel egészséges, akkor a B és a D hasznosságok negatívan hatnak a felső korlátra. Tehát az elutasításhoz tartozó hasznosságok növelésével az egészségügyi vizsgálat árának felső korlátja csökken. Ezzel ellentétben ha A-t vagy C-t növeljük, azaz az elfogadáshoz tartozó hasznosságok valamelyike növekszik, akkor ez a változás növeli a K felső korlátját is.

Az is egy érdekes kérdés, hogy a biztosítónak legfeljebb mennyit lenne érdemes fizetni egy olyan detektorért (vizsgálatért), amely tökéletesen pontosan beazonosítja, hogy valaki beteg-e vagy egészséges. Ezt nevezzük tökéletes detektornak, és az általa kapott információ tökéletes információ.

Ehhez először kiszámolom, hogy a tökéletes információval elérhető várható hasznosság mennyi. Ha a biztosító pontosan tudja, hogy az ügyfél beteg vagy nem, akkor azt a stratégiát folytatja, hogy a beteg ügyfeleket elutasítja, az egészségeseket pedig elfogadja. Így beteg ügyfél esetén D, míg egészséges ügyfélnél A hasznosságot ér el. Tehát a várható hasznossága a sokasági valószínűségek segítségével a következőképpen írható fel:

$$P(b.) \cdot D + P(e.) \cdot A$$

A tökéletes információ árának felső korlátját úgy kapjuk meg, hogy az imént felírt tökéletes információval elért várható hasznosságból kivonjuk az eredeti információ alapján elérhető várható hasznosságot (ami az 1-es csúcs értéke):

$$P(b.) \cdot D + P(e.) \cdot A - (P(b.) \cdot D + P(e.) \cdot B) = P(e.) \cdot (A - B)$$

2. eset: jóval egészségesebb populáció, azaz $P(e.)$ jelentősen nagyobb $P(b.)$-nél:

Ebben az esetben is az 1-es csúcs értékének meghatározásával kezdek. Itt az 1. esettel ellentétben az egyenlőtlenség a következőképpen néz ki:

$$P(b.) \cdot (D - C) < P(e.) \cdot (A - B)$$

Ez azért van, mert $D - C$ és $A - B$ közel vannak egymáshoz, viszont $P(e.)$ jelentősen nagyobb $P(b.)$-nél, így a sokasági valószínűségek viszonya dönti el a relációt.

Megjegyzés:

A fenti $P(b.) \cdot (D - C) < P(e.) \cdot (A - B)$ reláció akkor is fennállhat, ha a populáció nem jelentősen egészségesebb, csak "kissé egészségesebb": itt a következő arányok közötti relációtól függ igazából a vizsgált reláció iránya:

$$\frac{P(b.)}{P(e.)} < \frac{A - B}{D - C}$$

Azaz $P(b.) \cdot (D - C) < P(e.) \cdot (A - B)$ akkor teljesül, ha a sokasági valószínűségek aránya kisebb az egészséges ügyfél elfogadásából származó nyereség és a beteg ügyfél elutasításából származó nyereség hányadosánál. Az arányok közötti egyenlőtlenség például a jelentősen egészségesebb populációban áll fenn.

Tehát az 1-es csúcs értéke ebben az esetben a 4-es csúcshoz tartozó értékkel egyezik meg, és *a biztosító elfogadja az ügyfelet.* Ez is egybevág az intuícióval, mivel sokkal nagyobb a valószínűsége annak, hogy valaki egészséges, mint annak, hogy beteg.

Ezután meghatározom a K költség felső korlátját. A várható érték mintainformációval ebben az esetben is ugyanaz, mint az első esetben: a 2-es csúcs értéke K-val megnövelve. Viszont a várható érték az eredeti információ alapján megváltozott, mivel ez az 1-es csúcs értékével egyezik meg:

$$P(e.) \cdot A + P(b.) \cdot C$$

Ezek alapján a mintainformáció, azaz *az egészségügyi vizsgálat árának felső korlátja*:

$$\begin{gathered}
(\text{2-es csúcs értéke}) + K - (\text{1-es csúcs értéke}) = \\
= P(e. \cap e.b.) \cdot B + P(b. \cap e.b.) \cdot D + P(e. \cap e.e.) \cdot A + P(b. \cap e.e.) \cdot C - (P(e.) \cdot A + P(b.) \cdot C) = \\
= P(e. \cap e.b.) \cdot B + P(b. \cap e.b.) \cdot D + (P(e. \cap e.e.) - P(e.)) \cdot A + (P(b. \cap e.e.) - P(b.)) \cdot C
\end{gathered}$$

Hasonlóan a betegebb populációnál leírtakhoz, a $P(e. \cap e.e.) - P(e.)$ és $P(b. \cap e.e.) - P(b.)$ különbségek nempozitívak, így A és C növelése negatívan hat az egészségügyi vizsgálat árának felső korlátjára (ha $P(e.e) \neq 1$). Tehát az elfogadáshoz tartozó hasznosságok növelése csökkenti a felső korlátot. Ezzel szemben az elutasításhoz tartozó hasznosságok (B és D) növelésével a K felső korlátja is növekszik.

Itt is felírható *a tökéletes információ árának felső korlátja:* az első esetnél felírt tökéletes információval elérhető várható hasznosságból levonjuk az 1-es csúcs értékét, azaz az eredeti információ alapján elérhető várható hasznosságot:

$$P(b.) \cdot D + P(e.) \cdot A - (P(e.) \cdot A + P(b.) \cdot C) = P(b.) \cdot (D - C)$$

Összefoglalva:

Lemaire [2] eredményei alapján egy olyan döntéselméleti problémát tekintettem, amelyben az egészségügyi információnak (vizsgálatnak) van egy K költsége. Ezzel kiegészítve a helyzetet egy döntési fa alapján vizsgáltam, hogy különböző populációkat véve mik a biztosító optimális döntései. Meghatároztam a mintainformáció (azaz a vizsgálat) árának felső korlátját, valamint a tökéletes információ árának felső korlátját is a különböző populációk esetén.

A modell feltevései alapján a főbb eredmények a következők:

- Ha a biztosító végez egészségügyi vizsgálatot, és a vizsgálat beteg előrejelzést ad, akkor a biztosító elutasítja az ügyfelet.
- Ha az egészségügyi vizsgálat eredménye egy egészséges előrejelzés, akkor a biztosító elfogadja az ügyfelet.
- Ha a biztosító nem végez vizsgálatot, és betegebb populációról van szó (azaz $P(b.) \geq P(e.)$), akkor a biztosító elutasítja az ügyfelet.
- Betegebb populáció esetén az egészségügyi vizsgálat árának felső korlátja:

  $$(P(e. \cap e.b.) - P(e.)) \cdot B + (P(b. \cap e.b.) - P(b.)) \cdot D + P(e. \cap e.e.) \cdot A + P(b. \cap e.e.) \cdot C$$

  Az elutasításhoz tartozó hasznosságok (B és D) növelésével az egészségügyi vizsgálat árának felső korlátja csökken. Ezzel ellentétben ha A-t vagy C-t növeljük, azaz az elfogadáshoz tartozó hasznosságok valamelyike növekszik, akkor ez a változás növeli a K felső korlátját is.
- A tökéletes információ árának felső korlátja betegebb populáció esetén:

  $$P(e.) \cdot (A - B)$$

- Ha a biztosító nem végez vizsgálatot, és jóval egészségesebb populációról van szó (azaz $P(e.)$ jelentősen nagyobb $P(b.)$-nél), akkor a biztosító elfogadja az ügyfelet.
- Jóval egészségesebb populáció esetén az egészségügyi vizsgálat árának felső korlátja:

  $$P(e. \cap e.b.) \cdot B + P(b. \cap e.b.) \cdot D + (P(e. \cap e.e.) - P(e.)) \cdot A + (P(b. \cap e.e.) - P(b.)) \cdot C$$

  Az elfogadáshoz tartozó hasznosságok (A és C) növelése csökkenti a felső korlátot. Ezzel szemben az elutasításhoz tartozó hasznosságok (B és D) növelésével a K felső korlátja is növekszik.
- A tökéletes információ árának felső korlátja jóval egészségesebb populáció esetén:

  $$P(b.) \cdot (D - C)$$

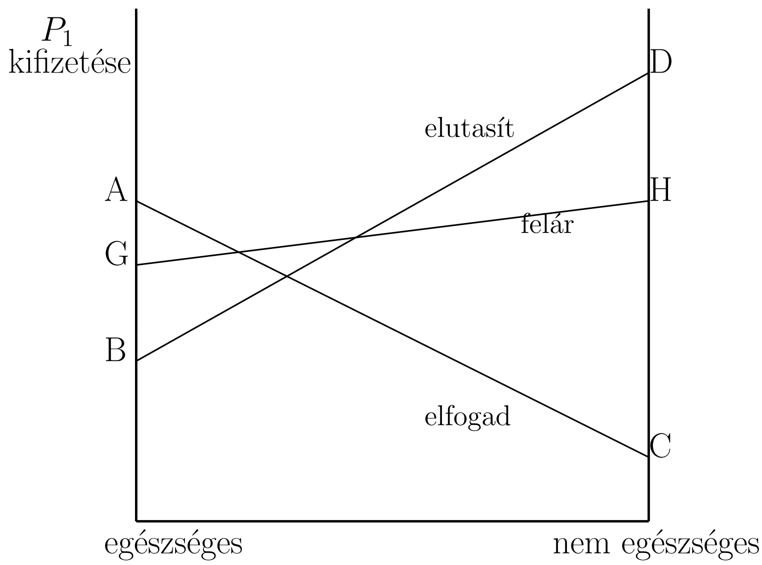
3.5. Realisztikusabb feltevések

Az előzőekben egy leegyszerűsített modellt vizsgáltunk: az ügyfél vagy beteg volt vagy egészséges, a biztosító csak elfogadni vagy elutasítani tudta. Ha ezen feltételezéseket feloldjuk, realisztikusabb képet kapunk a valóságról.

Ebben a részben azt vizsgáljuk Lemaire [2] cikke alapján, hogy mi történik a korábban felvázolt stratégiákkal, ha realisztikusabb feltevéseket vezetünk be.

Felár bevezetése

A valóságban a biztosítók megtehetik, hogy egy beteg ügyfelet nem utasítanak el, hanem elfogadják, de felárat kell fizetnie a biztosításért. Ezt a lehetőséget könnyen be lehet építeni az eddigi minimax kritérium gondolatmenetébe P_1 új tiszta stratégiájaként. Az újabb tiszta stratégia még egy egyenest jelent az 1.-höz hasonló 8. ábrán:



8. ábra. **Felár bevezetése**

Forrás: Lemaire, 1980, 13. oldal alapján saját szerkesztés

Ekkor a detektort definiálhatjuk kettő kritikus értékkel (C_1 és C_2), melyek közrefognak egy bizonytalansági vagy felár zónát.

A 2 kritikus érték 4 valószínűséget és 2 hatékonysági görbét határoz meg. A kritikus értékek a 9. ábrán láthatók (C_1, C_2), a valószínűségek pedig a következők:

p_1 = rossz kockázat elfogadásának valószínűsége
p_2 = rossz kockázat felár melletti elfogadásának valószínűsége
p_3 = jó kockázat elutasításának valószínűsége
p_4 = jó kockázat felár melletti elfogadásának valószínűsége

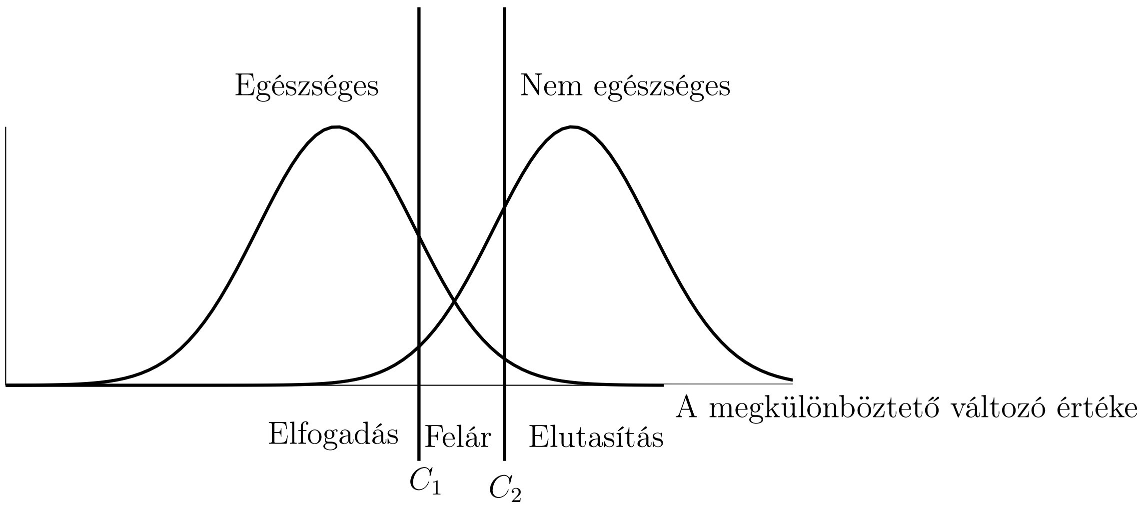
Ahhoz, hogy a detektor optimális legyen, a neki megfelelő hasznossági egyenesnek (a 2. ábrán EF) vízszintesnek kell lennie, azaz az optimális detektor szükséges feltétele a következő:

$$(1 - p_3 - p_4) \cdot A + p_4 \cdot G + p_3 \cdot B = (1 - p_1 - p_2) \cdot D + p_2 \cdot H + p_1 \cdot C \ .$$

A két hatékonysági görbe és az előbbi feltétel meghatároz három relációt a valószínűségek között, így egy szabadsági fok marad, amely szerint maximalizálni lehet a hasznosságot.

P_2 lehetséges stratégiáinak bővítése

P_2 tiszta stratégiáinak halmazát úgy bővíthetjük, hogy betegség fajták szerint felosztjuk az eddigi "beteg" stratégiát. (Bár megjegyezzük, hogy a betegség nem feltétlenül az ügyfél választásán múlik, így ez a gondolatmenet nem teljesen illeszkedik a valóságra.) Ebben az esetben



9. ábra. **Küszöbértékek és a felár zóna**

Forrás: Lemaire, 1980, 14. oldal alapján saját szerkesztés

a fenti grafikus módszerrel nem tudjuk megoldani a feladatot, azonban lineáris programozás segítségével meg lehet kapni az optimális stratégiákat és a játék értékét.

4. Játékelméleti modell: az ügyfél és a biztosító döntéseinek együttes vizsgálata

Az előző fejezetekben először az ügyfél döntését vizsgáltam: érdemes-e biztosítást kötnie bizonyos helyzetekben vagy sem. Majd a biztosító szemszögéből közelítettem meg az egészségbiztosítás problémáját: mikor érdemes a biztosítónak elfogadni illetve elutasítani az ügyfelet? Milyen paraméterek mellett érdemes egészségügyi vizsgálatot végeznie, mielőtt dönt az elfogadásról illetve elutasításról? Az előző fejezetek tapasztalatait felhasználva ebben a fejezetben egyszerre vizsgálom a biztosító és az ügyfél döntéseit, tehát egy játékelméleti modellt állítok fel az egészségbiztosítási példára.

Az *alapszituáció* a következő:

A természet révén eldől, hogy az ügyfél beteg-e vagy egészséges. Ezután a biztosító eldönti, hogy igénybe veszi-e az egészségügyi vizsgálatot, mielőtt elfogadná az ügyfelet. A biztosítónak nem áll rendelkezésére az az információ, hogy az ügyfél beteg vagy sem, így nem tud ez alapján cselekedni. Feltesszük, hogy a vizsgálat tökéletesen pontos eredményt ad, tehát biztosan eltalálja, hogy valaki beteg-e vagy egészséges. Majd a biztosító díjkalkulációt végez: ha volt vizsgálat, akkor a beteg ügyfeleket felár mellett fogadja el, az egészségeseket pedig felár nélkül. Ha nem volt előzetes vizsgálat, akkor a biztosító nem tudja, hogy egészséges-e az ügyfél vagy beteg, így mindkét típusnak ugyanakkora díjat szab meg, amely a vizsgálatos esetbeli díjak súlyozott átlaga lesz a modellben. A díjszabás után az ügyfél eldöntheti, hogy köt-e egészségbiztosítást vagy nem köt, és ezen döntése után realizálódik valamilyen hasznossága mindkét félnek.

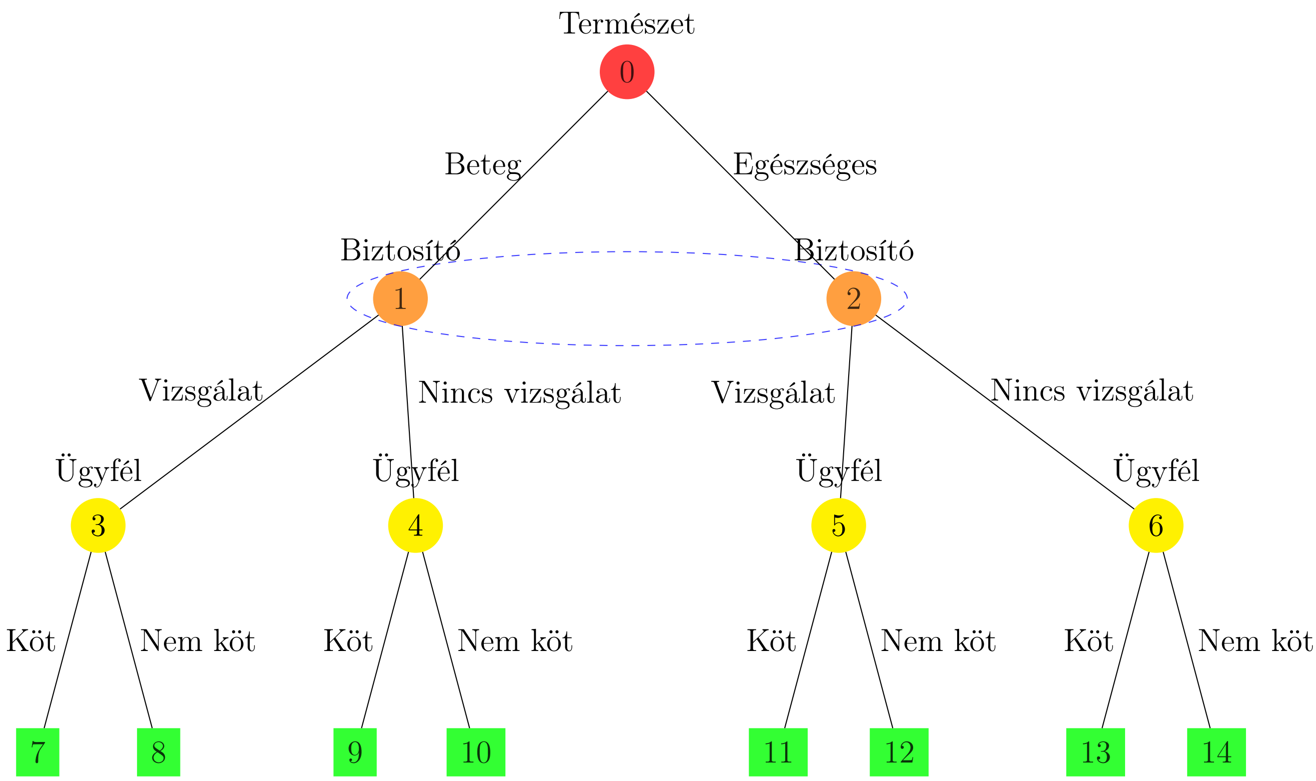
A játék vizualizálható az extenzív alakja segítségével (játékfával), ami abban különbözik a döntési fától, hogy itt mindkét játékos dönthet. A fában (10. ábra) a levelek (a zöld téglalap alakú csúcsok) az egyes kimenetelekhez tartozó hasznosságokat jelölik. A 0-s csúcsnál a véletlentől függ, hogy melyik ágon megy tovább a játék, a többi csúcs esetén pedig valamilyen döntési szituáció van.

4.1. Harsányi-transzformáció és Bayes-i egyensúly

A *nem teljes információs játék*okban [7] legalább az egyik játékos nincs tisztában a játék minden részletével, van olyan rész, amiről nincs információja. Ez a játékos nem tudná lerajzolni a játék fáját, mivel például nem ismeri valamilyen stratégia mellett a kifizetéseket. Az egészségbiztosítási játékban is ez történik, mivel ez egy *információs aszimmetriával* terhelt játék. Az ügyfél tudatában van annak, hogy beteg-e, viszont a biztosító ezt nem tudja, ha nem végez vizsgálatot. Ebből kifolyólag a biztosító nem tudja, hogy a fában az 1-es vagy a 2-es csúcsban van, amikor döntenie kell, hogy végezzen-e vizsgálatot (ezt jelöli a kék szaggatott vonal az ábrán). Ha a játékfába nem vennénk bele a 0 csúcsot, akkor azt mondhatnánk, hogy igazából a biztosító nem tudja eldönteni, hogy az 1-es vagy a 2-es csúcsból induló fa lesz a játék fája, azaz nem tudja felrajzolni a játékfát.

Tehát az információs aszimmetria miatt ez egy nem teljes információs játék. Az ilyen játékokat a Harsányi-transzformáció segítségével lehet kezelni.

A *Harsányi-transzformáció* [7] Harsányi Jánostól származik, akinek az volt az ötlete, hogy



10. ábra. **A játék extenzív alakja**

Forrás: Saját szerkesztés

a játékban felmerülő bizonytalanságot kódoljuk el egy úgy nevezett *típustérben.* A konkrét típustér az adott játéktól függ, a mi esetünkben az ügyfél állapotának típusait tartalmazza: beteg vagy egészséges. Ebben az értelmezésben a "beteg típusú" játék a játékfának az 1-es csúcsból induló része, míg az "egészséges típusú" játék a 2-es csúcsból és az utódjaiból áll. A játék során nem minden játékos számára egyértelmű, hogy melyik típusú játékot játsszák, azonban a lehetséges típusokat mindketten ismerik. Így valójában a Harsányi-transzformáció révén keletkezett a 0-s csúcs, ahol a természettől függ, hogy az ügyfél egészséges vagy beteg, azaz hogy melyik típusú játékot játsszák.

Harsányi a transzformációjának megalkotása során azt a feltételt is létrehozta, hogy a játékosok ismerik a típusok feletti valószínűségeloszlást. Azaz tudják, hogy melyik típusú játékot mekkora valószínűséggel fogják játszani. Ez a *közös kezdeti vélekedés* feltevése.

Ez a feltétel teljesül az egészségbiztosítási játék esetében, mivel a játékosok ismerik a 3. fejezetben is használt sokasági valószínűségeket. Így tudják, hogy $P(e.)$ valószínűséggel fogják az "egészséges típusú" játékot játszani, és $P(b.) = 1 - P(e.)$ valószínűséggel a "beteg típusút".

A közös kezdeti vélekedésen kívül az egyes játékosoknak lehet olyan információ a birtokában, amit más nem ismer. Ezzel kiegészülve új vélekedést alakíthat ki a játék típusáról az adott játékos, ami már eltérhet a másik játékos vélekedésétől. Például az egészségbiztosításnál az ügyfél tudja magáról, hogy beteg-e vagy egészséges, és emiatt pontosan tudja, hogy melyik típusú játékot játsszák.

A típustér és a közös kezdeti vélekedés feltevése miatt a nem teljes információs játék átalakult *teljes, de nem tökéletes információs játék*ká, amit már könnyebben lehet kezelni játékelméleti módszerekkel.

A Bayes-i egyensúly bevezetése:

A teljes, de nem tökéletes információs játékban már lehet *Bayes-i egyensúlyt* keresni [7]. Viszont mielőtt ezt megteszem, még érdemes bevezetni néhány fogalmat.

Vegyünk egy játékfát, és tegyük fel, hogy ezen adott a típustér feletti eloszlás, valamint a játékosok egy s *stratégiaprofilja.* A stratégiaprofil azt mondja meg, hogy az egyes csúcsokban mekkora valószínűséggel melyik döntést hozza a játékos.

Legyen $P(d)$ annak a valószínűsége, hogy a játék lejátszása során áthaladunk a d döntési csúcson! Ezeket a valószínűségeket a játékosok nem ismerik, mivel nem tudják pontosan, hogy a másik játékos milyen stratégiát követ, erről csak valamilyen μ_i *vélekedésük* van.

Akkor mondjuk, hogy a játékosok *vélekedései konzisztensek*, ha az ezek alapján becsült $P_{\mu_i}(d)$ valószínűségek megegyeznek a valódi valószínűségekkel. Azaz a játékosok jól sejtik, hogy a másik játékos milyen stratégiát alkalmaz. Formálisan: például az 1-es játékos kiszámolja a $P_{\mu_1}(d)$ valószínűséget a másik játékos stratégiájáról alkotott μ_1 vélekedése és a saját s_1 stratégiája alapján. Ekkor a μ_1 vélekedés konzisztens, ha a következő teljesül minden d döntési csúcsra:

$$P_{\mu_1}(d) = P(d)$$

A játékosok ú.n. *információs halmazokkal* [7] rendelkeznek, és ezek száma határozza meg, hogy mennyi lehetséges tiszta stratégiája van az adott játékosnak. Például az egészségbiztosítási játékban láthatjuk, hogy a biztosító nem tudja eldönteni, hogy a beteg vagy az egészséges típusú játékot játsszák, így az 1-es és a 2-es csúcs egy információs halmazba tartozik (a kék szaggatott vonal is jelöli). A biztosítónak ez az egyetlen információs halmaza, így összesen 2 tiszta stratégiája van (a beteg és az egészséges ágon ugyanúgy dönt). Ezzel szemben az ügyfél tudja, hogy milyen típusú a játék, így az ő döntéséhez tartozó csúcsok $(3-6)$ mind különböző információs halmazt alkotnak, nem kell ugyanúgy döntenie minden csúcsnál. A játékban a h. információs halmazt I_h-val jelöljük.

Ezek után definiálhatjuk, hogy milyen egy *szekvenciálisan racionális stratégiaprofil* [7]. Legyen egy (n személyes) Bayes-i játékban $s = (s_1, s_2, \ldots, s_n)$ egy stratégiaprofil, $(\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_n)$ pedig a játékosok vélekedései. Az s stratégiaprofil szekvenciálisan racionális, ha bármely (például az i.) játékos bármely I_h információs halmazában (bármely $t \in T$ típus esetén) a játékos feltételes várható hasznosságát maximalizálja az s_i stratégia a μ_i vélekedés által generált valószínűségek mellett. Vagyis minden $s'_i \in S_i$ stratégiára:

$$EU_i(s'_i, \mu_i, t|I_h) \leq EU_i(s_i, \mu_i, t|I_h)$$

A szekvenciális racionalitás segítségével pedig definiálhatjuk a *Bayes-i* vagy *Bayes-Nash-egyensúlyt* [7]. Egy Bayes-i játéknak az s stratégiaprofil és a μ vélekedésrendszer Bayes-i egyensúlya akkor és csak akkor, ha:

i) a μ vélekedésrendszer konzisztens s-sel, és

ii) az s stratégiaprofil szekvenciálisan racionális a μ vélekedésrendszer mellett.

4.2. A szereplők hasznosságai az egészségbiztosítási játékban

Az egészségbiztosítási példában már elvégeztük a Harsányi-transzformációt, így keletkezett a természet 0-s csúcsa, amely típusokba osztja a játékot. Mivel ezzel a játék már teljes, de nem tökéletes információs Bayes-i játék lett, így kereshető benne Bayes-i egyensúly.

A továbbiakban a következő jelöléseket használom:

- A, B, C, D: a Lemaire [2] által bevezetett jelölések a biztosító hasznosságaira.
- K: az egészségügyi vizsgálat ára, azaz a biztosító költsége (ha végez vizsgálatot).
- F: legyen a felár mértéke: $F > 0$ a biztosító szempontjából bevétel (ha alkalmazhatja).
- X: az ügyfél hasznossága, ha *beteg*, a biztosító *nem végez vizsgálatot*, majd úgy dönt az ügyfél, hogy *köt* biztosítást.
- Y: az ügyfél hasznossága, ha *beteg*, a biztosító *nem végez vizsgálatot*, majd úgy dönt az ügyfél, hogy *nem köt* biztosítást.
- V: az ügyfél hasznossága, ha *egészséges*, a biztosító *nem végez vizsgálatot*, majd úgy dönt az ügyfél, hogy *köt* biztosítást.
- W: az ügyfél hasznossága, ha *egészséges*, a biztosító *nem végez vizsgálatot*, majd úgy dönt az ügyfél, hogy *nem köt* biztosítást.
- Q: nemnegatív érték, amely az ügyfél vizsgálattal járó kellemetlenségét reprezentálja (ha van vizsgálat).
- α: tetszőleges $0 \leq \alpha \leq 1$ súly, amely segítségével a biztosító a tiszta stratégiáiból előállíthat egy kevert stratégiát.
- A biztosító stratégiája: 1 elemű vektor: lehet (v), azaz végez vizsgálatot, vagy (nv), azaz nem végez vizsgálatot.
- Az ügyfél stratégiája: 4 elemű vektor, elemei rendre azt adják meg, hogy hogyan dönt a 3-as, 4-es, 5-ös és 6-os döntési csúcsokban (információs halmazokban). A vektor elemeit a következőképpen jelölöm: k, azaz köt biztosítást, és nk, azaz nem köt biztosítást.

Feltételezések:

- A vizsgálat, vagyis a detektor pontosan megmondja, hogy az ügyfél beteg-e vagy sem. Ez feltehető, mivel az előző fejezetben a biztosító döntése kapcsán már tárgyaltuk, hogy hogyan lehet optimalizálni a detektort. Tehát ha a biztosító végez egészségügyi vizsgálatot, akkor tudni fogja, hogy az ügyfél beteg-e vagy egészséges, és ennek megfelelően szabhatja meg a biztosítás díját.

- A biztosító nem utasít el egy ügyfelet sem.
- Ha az ügyfél egészséges, akkor a biztosító normál díjon fogadja el, ha pedig beteg, akkor felár fizetése mellett fogadja el.
- $X > Y$ feltehető, mivel ha az ügyfél tudja magáról, hogy beteg, akkor megéri biztosítást vásárolnia (azaz magasabb lesz a hasznossága, ha vesz biztosítást, mint, ha nem vesz).
- Az előzetes vizsgálaton már az árszabás előtt átesik az ügyfél, és csak ez után dönt, hogy vesz-e biztosítást.

Az egyensúly keresése előtt még érdemes meghatározni a $7-14$-es csúcsokhoz tartozó hasznosság párokat.

Először a biztosító hasznosságait határozom meg:

Ha a biztosító *végez egészségügyi vizsgálatot*, és az ügyfél végül *nem köt biztosítást*, akkor a biztosító olyan helyzetben van, mintha elutasította volna az ügyfelet. Így a hasznosságai felírhatók az előző fejezet jelölései szerint. Ha az ügyfél beteg, akkor $D-K$ a biztosító hasznossága, mivel D volt az elutasított beteg ügyfél esetén a hasznossága, és K a vizsgálat költsége. Ha pedig egészséges ügyféllel van dolgunk, akkor a biztosító hasznossága $B-K$ lesz.

Tehát a játékfa 8-as csúcsában a *biztosítóhoz tartozó érték* $D-K$, a 12-es csúcsban pedig $B-K$.

Ha a biztosító *végez vizsgálatot*, és ezután az ügyfél *köt biztosítást*, akkor egy kicsit eltér a biztosító hasznossága az előző fejezetben leírtaktól: a beteg ügyfelet felár mellett fogadja el, azaz a hasznosságában megjelenik ekkor az F. Így ha az ügyfél beteg, akkor a biztosító hasznossága $C+F-K$ lesz (mivel C hasznossága volt a beteg ügyfél elfogadásából). Ha pedig egészséges az ügyfél, akkor $A-K$ a biztosító hasznossága, mivel olyan, mintha elfogadna (normál díjon) egy egészséges ügyfelet.

Tehát a játékfa 7-es csúcsában a *biztosítóhoz tartozó érték* $C+F-K$, a 11-es csúcsban pedig $A-K$.

Ha a biztosító *nem végez egészségügyi vizsgálatot*, akkor nem tudja eldönteni egyértelműen, hogy az ügyfél beteg-e vagy sem. Így nem tud felárat kérni, ha az ügyfél beteg. Tehát ekkor a hasznosságokban nem szerepel a vizsgálat költsége, és az F felár sem jelenik meg. Ezek alapján határozom meg a biztosító hasznosságát a vizsgálat nélküli esetben.

Ha a biztosító nem végez vizsgálatot, az ügyfél pedig *nem köt biztosítást*, akkor legyen a biztosító hasznossága D, ha az ügyfél beteg, és B, ha egészséges. Azaz a 10-es csúcsnál D a *biztosítóhoz tartozó érték*, a 14-es csúcs esetében pedig B.

Ha pedig a biztosító nem végez vizsgálatot, és az ügyfél *köt biztosítást*, akkor a biztosító hasznossága C beteg ügyfél esetén, és A, ha az ügyfél egészséges. Ezek alapján a 9-es csúcsnál a *biztosítóhoz tartozó érték* C, a 13-as csúcs esetén pedig A.

Most következnek az ügyfél hasznosságai:

Ha az ügyfél *beteg*, és a biztosító *nem végez vizsgálatot*, akkor az ügyfél hasznossága X, ha köt biztosítást, és Y, ha nem köt.

Tehát a játékfa 9-es csúcsánál az *ügyfélhez tartozó érték* X, a 10-es csúcsnál pedig Y.

Ha *beteg* ügyfél esetén a biztosító *végez egészségügyi vizsgálatot*, akkor az ügyfél hasznosságában is megjelenik az F felár, valamint a Q nemnegatív érték, amely a vizsgálattal járó kellemetlenséget reprezentálja. Ekkor az ügyfél hasznossága $X - F - Q$, ha köt biztosítást. Ha az ügyfél nem vesz biztosítást, akkor $Y - Q$ a hasznossága ebben az esetben. Felárat csak a megvásárolt biztosítás esetén kell fizetni, azonban az előzetes vizsgálaton már az árszabás előtt átesett az ügyfél (és csak ez után dönt, hogy vesz-e biztosítást), így a Q kellemetlenség megjelenik a hasznosságában.

Tehát a játékfa 7-es csúcsánál az *ügyfélhez tartozó érték* $X - F - Q$, a 8-as csúcsnál pedig $Y - Q$.

Ezután a játékfa másik ágán határozom meg a hasznosságokat: abban az esetben, amikor az ügyfél *egészséges*. Ekkor ha a biztosító *nem végez vizsgálatot*, akkor az ügyfél hasznossága V, ha köt biztosítást, és W, ha nem köt.

Tehát a játékfa 13-as csúcsánál az *ügyfélhez tartozó érték* V, a 14-es csúcsnál pedig W.

Végül ha az ügyfél *egészséges*, és a biztosító *végez egészségügyi vizsgálatot*, akkor az ügyfél hasznosságai a következőképpen alakulnak: $V - Q$, ha köt biztosítást, és $W - Q$, ha nem köt. Itt nem jelenik meg a felár, mivel azt csak bizonyítottan beteg ügyfelektől kér a biztosító, viszont a vizsgálat kellemetlensége miatt kisebb a hasznosság, mint a vizsgálat nélküli esetben.

Tehát a játékfa 11-es csúcsánál az *ügyfélhez tartozó érték* $V - Q$, a 12-es csúcsnál pedig $W - Q$.

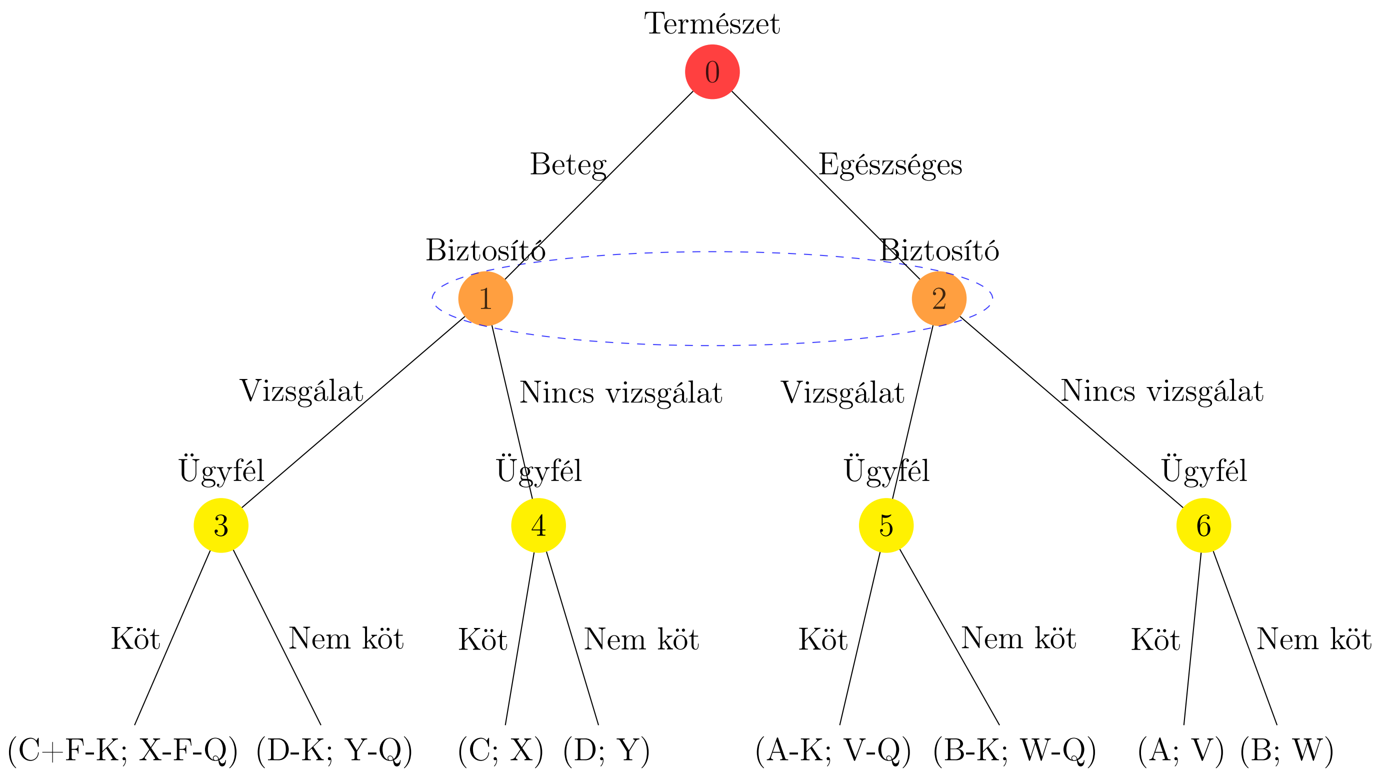
Az imént meghatározott hasznosságokat beírva a játék fájába a 11. ábrát kapjuk. Mindegyik hasznossági vektor első eleme a biztosító hasznossága az adott kimenetel esetén, a második pedig az ügyfélé.

4.3. Bayes-i egyensúly keresése

Az előzőekben vázoltam a játékot, amely a biztosító és az ügyfél döntéseit modellezi az egészségbiztosítási példában. Most ebben a játékban fogok Bayes-i egyensúlyt keresni.

A Bayes-i egyensúly keresése során a játékosok legjobb válaszait keressük a másik játékos minden stratégiájára, minden játéktípus esetén (a játék lehet "beteg típusú" illetve "egészséges típusú"). A legjobb válaszok információs halmazonként különbözőek lehetnek, így minden információs halmazon külön-külön vizsgálom a játékosok viselkedését.

Az ügyfélnek 4 db információs halmaza van: a 3-as, 4-es, 5-ös és 6-os döntési csúcsok mind különböző információs halmazt alkotnak, mivel az ügyfél ismeri a játék típusát (tudja, hogy ő maga egészséges-e vagy sem), és azt is tudja, hogy a biztosító végzett-e vizsgálatot. Tehát ahhoz, hogy megkapjuk az ügyfél legjobb válaszait, csak azt kell meghatározni minden, az előbb felsorolt döntési csúcsnál, hogy a hozzá tartozó két hasznosság közül melyik a nagyobb. A nagyobb hasznossághoz tartozó döntés lesz az adott információs halmazon a legjobb válasz a biztosító stratégiájára.



11. ábra. **Játékfa hasznosságokkal**

Forrás: Saját szerkesztés

Mivel $X > Y$ (azaz a beteg ügyfél jobban jár, ha van biztosítása, mint ha nincs), így a 4-*es döntési csúcsban* az ügyfél mindig a *biztosítás megkötése* mellett dönt.

Az is látható, hogy az 5-ös és a 6-os döntési csúcsban az ügyfél legjobb válasza megegyezik. Ez azért van, mert csak az a különbség a két döntési csúcshoz tartozó hasznosságai között, hogy az 5-ös csúcshoz tartozó hasznosságok el vannak tolva Q-val a 6-os csúcshoz tartozóakhoz képest. Tehát ha az ügyfél egészséges, akkor attól függetlenül dönt a biztosítás megkötéséről, hogy a biztosító végzett-e vizsgálatot.

V és W viszonya nem olyan egyértelmű, mint az, hogy X nagyobb Y-nál: az ügyfél aggodalmasságának mértékétől függ. Ha az ügyfél aggódik az egészségi állapotának megváltozása miatt, akkor $V > W$ áll fenn, mivel biztonságosabbnak érzi, ha van biztosítása, mint ha nincs. Azonban az is előfordulhat, hogy az ügyfél nem túlságosan aggodalmas: feleslegesnek érzi a biztosítás megkötését, mivel nem tartja valószínűnek, hogy később megbetegedik. Ekkor $V < W$ áll fenn.

Azt sem lehet egyértelműen eldönteni a paraméteres felírásban, hogy $X - F - Q$ és $Y - Q$ között milyen reláció áll fenn. Feltettük, hogy $X > Y$, viszont F értéke pozitív, és a biztosítótól függ, hogy mekkora, így lehet $X - Y$-nál kisebb, és lehet nagyobb is.

Ezen megállapítások alapján 4 esetet különböztethetünk meg. A 4 eset mindegyikében külön-külön keresem a Bayes-i egyensúlyt.

1*) **Aggodalmas ügyfél, kis felár***

Ebben az esetben az ügyfél aggodalmas, azaz $V > W$. A felár "kicsi", ami azt jelenti, hogy $X - Y > F$, ebből pedig következik, hogy $X - Q - F > Y - Q$.

Mivel $X - Q - F > Y - Q$ teljesül, így az ügyfél a 3-*as döntési csúcsban* a *biztosítás megkötését* választja. Ez azt jelenti, hogy a beteg ügyfélnek még a felár mellett is megéri biztosítást kötni, mivel a felár kisebb veszteség, mint ami azzal járna, hogy nem köt biztosítást $(X - Y)$.

Az ügyfél aggodalmas, így ha egészséges, akkor is megköti a biztosítást, tartva a későbbi megbetegedéstől. Azaz az 5-*ös és* 6-*os csúcsokban* is a *biztosítás megkötése* mellett dönt. Azt pedig már láttuk, hogy a 4-es csúcsban minden esetben a vásárlás mellett dönt az ügyfél.

Tehát az aggodalmas ügyfél kis felár mellett mindig vásárol biztosítást.

A vizsgálódások során észrevehetjük, hogy a vizsgálattal járó kellemetlenség nem befolyásolja a biztosító döntését egyik információs halmaz esetén sem, csupán a hasznosságát csökkenti a vizsgálat nélküli hasznossághoz képest. Ez a jelenség azzal magyarázható, hogy az egészségügyi vizsgálat már a díjszabás előtt megtörténik, tehát az ügyfél mindenképpen átesik rajta mielőtt eldönthetné, hogy köt-e biztosítást vagy sem.

Most a biztosító legjobb válaszát fogom meghatározni az ügyfél legjobb válaszaira. A biztosítónak csak 1 db információs halmaza van: nem tudja eldönteni, hogy az ügyfél beteg-e vagy nem, így az 1-es és a 2-es döntési csúcsban ugyanúgy fog cselekedni. Megnézem, hogy van-e legjobb tiszta válasza az ügyfél legjobb válaszaira (ezeket ismeri a biztosító).

A legjobb tiszta választ a biztosító feltételes várható hasznosságainak összehasonlításával lehet megkapni. Megnézem, hogy akkor nagyobb-e a várható haszna a biztosítónak, ha végez vizsgálatot, vagy akkor, ha nem végez, feltéve, hogy ismeri az ügyfél legjobb válaszait, és így az egyes döntésekhez tartozó hasznosságokat. Tehát az 1) esetben a következő kifejezések közötti relációt vizsgálom:

$$P(b.) \cdot (C + F - K) + P(e.) \cdot (A - K) \text{ vs. } P(b.) \cdot C + P(e.) \cdot A$$

Ezt a korábbi fejezetben látotthoz hasonlóan egyenlőtlenségként kezelem. Ekvivalens átalakításokat végezve a következő kapható:

$$P(b.) \cdot (F - K) - P(e.) \cdot K \text{ vs. } 0$$
$$\Updownarrow$$
$$P(b.) \cdot F \text{ vs. } (P(b.) + P(e.)) \cdot K$$
$$\Updownarrow$$
$$P(b.) \cdot F \text{ vs. } K$$

Tehát itt is egy *felső korlátot kapunk K értékére*: $P(b.) \cdot F$-et.

Azaz ha $P(b.) \cdot F$-nél nagyobb a vizsgálat költsége, akkor a biztosító legjobb válasza az, hogy nem végez vizsgálatot. Míg ha a K költség nem haladja meg a kapott felső korlátot, akkor a biztosító legjobb válasza a vizsgálat elvégzése. Ez azt jelenti, hogy ha a várható felár bevétel tudja fedezni a vizsgálat költségét, akkor a biztosítónak megéri vizsgálatot végezni, ellenkező esetben pedig nem éri meg neki.

Ha a K költség pontosan megegyezik a felső korláttal, azaz a biztosító várható hasznosságai megegyeznek a vizsgálat nélküli és a vizsgálatot tartalmazó esetben, akkor a biztosító dönthet úgy, hogy bármilyen $0 \leq \alpha \leq 1$ súllyal keverheti a tiszta stratégiáit. Vagyis megteheti ekkor, hogy α valószínűséggel végez vizsgálatot, $1-\alpha$ valószínűséggel pedig nem, és ez is legjobb válasz lesz az ügyfél stratégiáira.

A biztosító és az ügyfél legjobb válaszai együtt alkotják a keresett Bayes-i egyensúlyt: az ügyfél legjobb válasza: (k, k, k, k), a biztosítóé pedig a K-tól függ. Ha $K < P(b.) \cdot F$, akkor végez vizsgálatot (v); ha $K > P(b.) \cdot F$, akkor nem végez vizsgálatot (nv); ha pedig $K = P(b.) \cdot F$, akkor tetszőleges $0 \leq \alpha \leq 1$ súllyal keverheti a tiszta stratégiáit a biztosító. Ez megfelel a gyakorlatban is látott szúrópróba-szerű ellenőrzésnek [3] (néha bizonyos valószínűséggel kér vizsgálatot a biztosító, néha nem).

2***) Aggodalmas ügyfél, nagy felár***

Ebben az esetben is aggodalmas az ügyfél, azaz $V > W$. A felár pedig "nagy", ami azt jelenti, hogy $X - Y < F$, amiből következik, hogy $X - Q - F < Y - Q$.

Az ügyfél döntését az 5-*ös és* 6-*os csúcsban* csak az aggodalmassági szintje befolyásolja, a felár nagysága nem. Így ebben az esetben is a *biztosítás megkötése* mellett dönt, ha "egészséges típusú" a játék (ahogy az 1) esetben is tette).

A 3-*as csúcsban* való döntését viszont a felár nagysága befolyásolja, így ott az ügyfél ebben az esetben *nem köt biztosítást.*

Tehát az aggodalmas ügyfél legjobb válaszai nagy felár mellett a következőek: "beteg típusú" játék esetén, ha a biztosító végez vizsgálatot, akkor nem köt biztosítást, viszont minden más helyzetben köt.

Most a biztosító legjobb válaszát vizsgálom az egyetlen információs halmazán. A 2) esetben a biztosító feltételes várható hasznosságai a következőképpen írhatók fel (a bal oldali kifejezés a feltételes várható hasznosság vizsgálat esetén, a jobb oldalon pedig a vizsgálat nélküli eset feltételes várható hasznossága szerepel):

$$P(b.) \cdot (D - K) + P(e.) \cdot (A - K) \text{ vs. } P(b.) \cdot C + P(e.) \cdot A$$

Ekvivalens átalakításokkal a következő kapható:

$$P(b.) \cdot (D - C) - (P(b.) + P(e.)) \cdot K \text{ vs. } 0$$
$$\Updownarrow$$
$$P(b.) \cdot (D - C) \text{ vs. } K$$

Tehát ebben az esetben a K *költség felső korlátja:* $P(b.) \cdot (D - C)$.

Azaz ha $P(b.) \cdot (D - C)$-t nem haladja meg a vizsgálat költsége, akkor a biztosító legjobb válasza az, hogy végez vizsgálatot. Míg ha a K költség nagyobb a kapott felső korlátnál, akkor a biztosító legjobb válasza az, ha nem végez vizsgálatot.

$D - C$ az a hasznosságérték, amelyhez többletként jut a biztosító, amikor egy beteg ügyfél nem köt biztosítást (ahhoz képest, amikor köt). Ha nincs vizsgálat, akkor a 2) esetben a beteg és az egészséges ügyfél is köt biztosítást. Viszont ha végez vizsgálatot a biztosító, akkor a beteg ügyfél elriad a biztosításvásárlástól a nagy felár miatt. Tehát a biztosítónak akkor van lehetősége kiszűrni a beteg ügyfeleket, ha végez vizsgálatot. A K költség felső korlátja azt mutatja, hogy akkor éri meg a biztosítónak vizsgálatot végezni, ha a beteg ügyfél kiszűréséből származó nyeresége magasabb, mint a vizsgálat költsége.

Ekkor is lehet kevert stratégia a biztosító legjobb válasza: abban az esetben, ha $K = P(b.) \cdot (D - C)$ teljesül.

A keresett Bayes-i egyensúly az ügyfél legjobb válaszából: (nk, k, k, k), és a biztosító legjobb válaszából áll, ami itt is K-tól függ. Ha $K < P(b.) \cdot (D - C)$, akkor végez vizsgálatot (v); ha $K > P(b.) \cdot (D - C)$, akkor nem végez vizsgálatot (nv); ha pedig $K = P(b.) \cdot (D - C)$, akkor tetszőleges $0 \leq \alpha \leq 1$ súllyal keverheti a tiszta stratégiáit a biztosító.

3) ***Nyugodt ügyfél, kis felár***

Ebben az esetben a beteg ügyfél a kis felár miatt (úgy, mint az 1) esetben) akkor is köt biztosítást, ha a biztosító végez egészségügyi vizsgálatot, és akkor is, ha nem végez vizsgálatot.

Viszont az, hogy nyugodt ügyfélről van szó, azt jelenti, hogy $V < W$. Azaz ha "egészséges típusú" a játék, akkor az ügyfél nem köt biztosítást, mivel nem aggódik a jövőbeli esetleges megbetegedés miatt.

Tehát ha ebben az esetben az ügyfél beteg (a 3-as és a 4-es döntési csúcsnál), akkor a legjobb válasza a biztosító stratégiájára a *biztosítás megkötése.* Ha pedig az ügyfél egészséges (az 5-ös és a 6-os döntési csúcsnál), akkor a legjobb válasza az, ha *nem köt biztosítást.*

Nyugodt ügyfél és kis felár esetén a biztosító feltételes várható hasznosságai:

$$P(b.) \cdot (C + F - K) + P(e.) \cdot (B - K) \text{ vs. } P(b.) \cdot C + P(e.) \cdot B$$

Ekvivalens átalakításokkal a következő kapható:

$$P(b.) \cdot F - (P(b.) + P(e.)) \cdot K \text{ vs. } 0$$
$$\Updownarrow$$
$$P(b.) \cdot F \text{ vs. } K$$

Tehát ebben az esetben is $P(b.) \cdot F$ a *K költség felső korlátja* úgy, mint az 1) esetben.

Azaz ha a vizsgálat költsége nem haladja meg $P(b.) \cdot F$-et, akkor a biztosító legjobb válasza az egészségügyi vizsgálat elvégzése. Míg ha a K költség nagyobb a kapott felső korlátnál, akkor a legjobb válasz az, ha nem végez vizsgálatot a biztosító.

Ahogy az 1) esetben, itt is elmondható, hogy a K költség felső korlátja azt mutatja, hogy akkor éri meg a biztosítónak vizsgálatot végezni, ha a felárból származó várható bevétele fedezi a vizsgálat költségét.

A 3) esetben is lehet kevert stratégia a biztosító legjobb válasza, de csak akkor, ha $K = P(b.) \cdot F$ teljesül.

A Bayes-i egyensúlyban az ügyfél legjobb válaszainak vektora: (k, k, nk, nk), a biztosító legjobb válaszai pedig pontosan úgy alakulnak, ahogyan az 1) esetben, mivel K felső korlátja a két esetben megegyezik.

4***) Nyugodt ügyfél, nagy felár***

Ekkor az egészséges ügyfél (csakúgy, mint a 3) esetben) nem köt biztosítást, mivel $V < W$ teljesül. A nagy felár miatt $(X - Q - F < Y - Q)$ a beteg ügyfél vizsgálat esetén visszaretten a biztosítás megkötésétől, így csak akkor köt az ügyfél biztosítást, ha "beteg típusú" a játék, és a biztosító nem végez egészségügyi vizsgálatot.

Ismét felírom a feltételes várható hasznosságokat az egyes biztosítói tiszta stratégiák esetén:

$$P(b.) \cdot (D - K) + P(e.) \cdot (B - K) \text{ vs. } P(b.) \cdot C + P(e.) \cdot B$$

Ekvivalens átalakításokkal a következő kapható:

$$P(b.) \cdot (D - C) - (P(b.) + P(e.)) \cdot K \text{ vs. } 0$$
$$\Updownarrow$$
$$P(b.) \cdot (D - C) \text{ vs. } K$$

Tehát ebben az esetben is $P(b.) \cdot (D - C)$ a *K költség felső korlátja* úgy, mint a 2) esetben.

Azaz ha $P(b.) \cdot (D - C)$-t nem haladja meg a vizsgálat költsége, akkor a biztosító legjobb válasza az, hogy végez vizsgálatot. Míg ha a K költség nagyobb a kapott felső korlátnál, akkor a biztosító legjobb válasza az, ha nem végez vizsgálatot.

Itt is elmondható, hogy a K költség felső korlátja azt mutatja, hogy akkor éri meg a biztosítónak vizsgálatot végezni, ha a beteg ügyfél kiszűréséből származó nyeresége magasabb, mint a vizsgálat költsége.

A biztosító legjobb válasza lehet kevert stratégia: akkor, ha $K = P(b.) \cdot (D - C)$ teljesül.

A Bayes-i egyensúlyban az ügyfél legjobb válaszainak vektora: (nk, k, nk, nk), a biztosító legjobb válaszai pedig a 2) esetben levő legjobb válaszokkal egyeznek meg, mivel K felső korlátja a két esetben megegyezik.

Összefoglalva:

Bayes-i egyensúlyt kerestem a játékban, amelyhez az ügyfél és a biztosító legjobb válaszait határoztam meg. Az ügyfél legjobb válaszai két olyan feltételtől is függenek, amelyek nem előre meghatározottak, így esetszétbontással vizsgáltam a játékot. A 4 esetet az ügyfél aggodalmasságának mértéke, valamint a felár nagysága határozta meg. A Bayes-i egyensúlyok különböznek a 4 esetben:

A biztosító legjobb válasza nem függ az ügyfél aggodalmasságának mértékétől, mivel az 1) és 3), illetve a 2) és 4) esetekben ezek megegyeztek:

Ha a felár kicsi, azaz $X - Y > F$, akkor az egészségügyi vizsgálat költségének felső korlátja: $P(b.) \cdot F$. Ennél nagyobb K költség esetén a biztosító nem végez vizsgálatot; kisebb K esetén végez; ha pedig $K = P(b.) \cdot F$ áll fenn, akkor a biztosító bármilyen kevert stratégiája legjobb válasz lesz.

Ha a felár nagy, azaz $X - Y < F$, akkor az egészségügyi vizsgálat költségének (K-nak) felső korlátja: $P(b.) \cdot (D - C)$. Ezen felső korlát esetén is hasonló módon alakulnak a biztosító legjobb válaszai, mint az előbb említettnél.

Azonban ezen esetpárok tagjai között a különbség az ügyfél legjobb válaszainak vektora, ez mind a 4 esetben különböző:

- Az aggodalmas ügyfél ($V > W$) legjobb válaszainak vektora kis felár esetén: (k, k, k, k), azaz minden esetben köt biztosítást.
- Aggodalmas ügyfél és nagy felár esetén a következő vektort kapjuk: (nk, k, k, k). Azaz a nagy felár miatt a vizsgálat elriasztja a beteg ügyfelet a kötéstől, de minden más esetben köt biztosítást.
- Ha az ügyfél nyugodt ($V < W$), és kis felárat határoz meg a biztosító, akkor a legjobb válaszok vektora: (k, k, nk, nk). Azaz ha az ügyfél beteg, akkor köt biztosítást; ha egészséges, akkor pedig nem köt. Itt megjegyezhetjük, hogy ha a biztosító ismerné az ügyfél lépését előre (például ha az ügyfél hamarabb döntene, mint a biztosító), akkor vizsgálat nélkül is biztos lehetne a játék típusában, így több információs halmazzal rendelkezne, amelyekben különböző legjobb válaszokat adhatna.
- Végül a nyugodt ügyfél nagy felár mellett a következő legjobb válaszokat adja: (nk, k, nk, nk), azaz csak akkor köt biztosítást, ha beteg és nincs vizsgálat.

5. Összefoglalás, továbbgondolási lehetőségek

A dolgozatomban nem tökéletes információs helyzeteket vizsgáltam különböző szemszögekből. A nem tökéletes információs helyzetekben mindig valamilyen információhiányban szenved a döntéshozó. Például a biztosító nem tudja eldönteni, hogy a potenciális ügyfél, aki szeretne biztosítást kötni, mekkora kockázattal jár, megéri-e a biztosítónak elfogadni az ügyfelet.

Elsőként az ügyfél szemszögéből vizsgáltam a problémát Williams 1960-as cikke [1] alapján, melyben egyszerű döntési elveket hasonlított össze. Az alapszituáció Williams cikkében az volt, hogy egy potenciális ügyfél szeretné eldönteni, hogy kössön-e lakásbiztosítási szerződést, vagy ne.

Mivel Williams tanulmánya nem említette, hogy mi történik, ha az ügyfél veszteségei különböző időpontokban keletkeznek, így a cikkben leírt eredmények egy részét kibővítettem az idődimenzióval. Bevezettem a δ diszkontfaktort az [1] cikk szerint racionális és tipikus egyszerű döntési elvbe. Ez lehetővé tette, hogy hosszabb tartamú biztosításokra is alkalmazzuk a döntési elvet: például egészségbiztosításra. Először az elérési életbiztosításhoz hasonló szerkezetű biztosításokra terjesztettem ki az ügyfél döntési szabályát, majd egy olyan koncepciót mutattam be, amely kompatibilis lehet egészségbiztosítási vagy kockázati életbiztosítási termékekkel is. Mindkét esetben egy-egy új felső korlátot adtam a P díjra, amelynél magasabb díj esetén az ügyfélnek nem éri meg biztosítást vásárolni.

Második megközelítésként a biztosító szemszögéből tekintettem az egészségbiztosításra Lemaire 1980-as cikke [2] alapján. Ez azt a döntéselméleti problémát vizsgálta, hogy a biztosítónak mikor érdemes elfogadni egy ügyfelet, és mikor nem. Lemaire a tanulmányban a biztosító optimális stratégiáját kereste különböző információs szintek mellett. Először a minimax kritérium segítségével adta meg a biztosító optimális stratégiáját az előzetes információ nélküli esetben, valamint akkor, ha a biztosítónak előzetesen rendelkezésére állnak bizonyos információk az ügyfél egészségi állapotáról. Ezeket az információkat egészségügyi információnak hívta a szerző. Az egészségügyi információra egy ún. detektor segítségével tett szert a biztosító, amely például lehet egy előzetes egészségügyi vizsgálat vagy kérdőív. A detektort Lemaire optimalizálta a [2] cikkében, így a lehető legpontosabban határozta meg az ügyfél egészségi állapotát. Ezután Lemaire vizsgálta azt a játékot, amiben a biztosító felhasználhatja az optimális detektor által szerzett információt a döntéshozatalnál, és megadta az optimális stratégiát minimax kritériummal illetve Bayes-i kritériummal is.

Lemaire [2] eredményei alapján egy olyan döntéselméleti problémát tekintettem, amelyben az egészségügyi információ megszerzésének van egy $K > 0$ költsége, amely levonódik a biztosító hasznosságából, ha végez vizsgálatot. Ezzel kiegészítve a helyzetet egy döntési fa alapján vizsgáltam, hogy különböző populációkat véve mik a biztosító optimális döntései. A következő következtetéseket vontam le:

- Ha a biztosító végez egészségügyi vizsgálatot, és a vizsgálat beteg előrejelzést ad, akkor a biztosító elutasítja az ügyfelet.
- Ha az egészségügyi vizsgálat eredménye egy egészséges előrejelzés, akkor a biztosító elfogadja az ügyfelet.
- Ha a biztosító nem végez vizsgálatot, és betegebb populációról van szó (azaz $P(b.) \geq P(e.)$), akkor a biztosító elutasítja az ügyfelet.
- Ha a biztosító nem végez vizsgálatot, és jóval egészségesebb populációról van szó (azaz $P(e.)$ jelentősen nagyobb $P(b.)$-nél), akkor a biztosító elfogadja az ügyfelet.

Ezen kívül meghatároztam, hogy mi az a legnagyobb költség, amit még érdemes kiadni az egészségügyi információ illetve a tökéletes információ megszerzéséért a különböző populációk esetén:

Betegebb populáció esetén az egészségügyi vizsgálat árának felső korlátjára igaz volt, hogy az elutasításhoz tartozó hasznosságok (B és D) növelésével az egészségügyi vizsgálat árának felső korlátja csökken. Ezzel ellentétben ha A-t vagy C-t növeljük, azaz az elfogadáshoz tartozó hasznosságok valamelyike növekszik, akkor ez a változás növeli a K költség felső korlátját is.

Jóval egészségesebb populáció esetén az elfogadáshoz tartozó hasznosságok (A és C) növelése csökkenti az egészségügyi vizsgálat árának felső korlátját. Ezzel szemben az elutasításhoz tartozó hasznosságok (B és D) növelésével a K költség felső korlátja is növekszik.

Érdekes kérdés lehet a biztosító döntésének vizsgálatánál az, hogy mi történne, ha a hasznosságaira vonatkozó feltételezések közül feloldanánk vagy megváltoztatnánk valamelyiket. Például ha $A > D$ helyett $A \leq D$-t tennénk fel, vagy $D-C$ és $A-B$ viszonyáról más lenne a feltételezés, akkor egy érdekes új kutatási terület lehet a biztosító optimális viselkedésének meghatározása.

Végül a már említett két döntéselméleti probléma tapasztalatait felhasználva egy játékelméleti modellt vázoltam fel. Az egészségbiztosítási játékban először a biztosító eldönti, hogy végez-e egészségügyi vizsgálatot a szerződés megkötése előtt; majd az ügyfél dönt, hogy köt-e egészségbiztosítást vagy nem köt. Ez egy nem teljes információs játék, amit a Harsányi-transzformáció [7] segítségével lehetett kezelni. Miután alkalmaztam a Harsányi-transzformációt a játékon, Bayes-i egyensúlyt kerestem benne. Ehhez felrajzoltam a játék extenzív alakját (azaz a játékfát), meghatároztam az egyes kimenetelekhez tartozó hasznosságvektorokat, majd megadtam az ügyfél illetve a biztosító legjobb válaszait egymás stratégiáira.

Az derült ki, hogy a biztosító legjobb válasza nem függ az ügyfél aggodalmasságának mértékétől: a felár nagyságától függő felső korlátokat kaptam a vizsgálat költségére. Ha a felső korlátnál kisebb a költség, akkor a biztosító legjobb válasza a vizsgálat elvégzése, ha nagyobb a költség a felső korlátnál, akkor a biztosító legjobb válasza az, ha nem végez vizsgálatot, ha pedig a költség megegyezik a felső korláttal, akkor a biztosítónak bármely kevert stratégiája legjobb válasz.

Az ügyfél egyensúlyi stratégiája azonban függ az aggodalom mértékétől és a felár nagyságától is: 4 különböző esetben 4 különböző legjobb válasza van:

- Az aggodalmas ügyfél ($V > W$) legjobb válaszainak vektora kis felár esetén: (k, k, k, k), azaz minden esetben köt biztosítást.
- Aggodalmas ügyfél és nagy felár esetén a következő vektort kapjuk: (nk, k, k, k). Azaz a nagy felár miatt a vizsgálat elriasztja a beteg ügyfelet a kötéstől, de minden más esetben köt biztosítást.
- Ha az ügyfél nyugodt ($V < W$), és kis felárat határoz meg a biztosító, akkor a legjobb válaszok vektora: (k, k, nk, nk). Azaz ha az ügyfél beteg, akkor köt biztosítást; ha egészséges, akkor pedig nem köt.
- Végül a nyugodt ügyfél nagy felár mellett a következő legjobb válaszokat adja: (nk, k, nk, nk), azaz csak akkor köt biztosítást, ha beteg és nincs vizsgálat.

A játékelméleti modell esetében is van lehetőség továbbgondolásra. Bővíthető a biztosító stratégiáinak halmaza: például meg lehetne engedni a biztosítónak, hogy kettő helyett három tiszta stratégiája legyen: elfogad, felár mellett fogad el, és elutasít (például a Generali Biztosító Zrt.-nél mindhárom lehetséges [3]). Ekkor a játékfa bonyolultabb lenne, többféle hasznossága lenne a biztosítónak. Bővíthető a típustér is: például lehetne vizsgálni, hogy a beteg ügyfélnek milyen betegsége van, az milyen súlyos lehet. Így a játéknak jóval több típusa lenne, a játékfa ekkor is bonyolultabb. Ezen kívül módosítható a játék információs szerkezete is: például az ügyfél nem tudja megfigyelni, hogy lesz-e vizsgálat, vagy a detektor nem teljesen pontos.

Hivatkozások

[1] Williams, C. Arthur Jr. (1960) : *Game-Theory and Insurance Consumption.*
The Journal of Insurance, 27. kötet 4. szám, 47. – 56. oldal
Forrás: https://www.jstor.org/stable/250292
Letöltés dátuma: 2021.11

[2] Lemaire, Jean (1980) : *A Game Theoretic Look at Life Insurance Underwriting.*
ASTIN Bulletin: The Journal of the IAA , 11. kötet 1. szám, 1. – 16. oldal
Forrás: https://doi.org/10.1017/S0515036100006565
Letöltés dátuma: 2021.11

[3] Schaub Erika (2022.04) : *Személyes beszélgetés Schaub Erikával (Generali Biztosító Zrt.)*

[4] Beik, Janet (2014) : *Health Insurance Today: A Practical Approach.*
Kiadó: Saunders, 5. kiadás, ISBN-10: 0323188176, ISBN-13: 978-0323188173

[5] Egészségbiztosítás (é.n.): *Egészségbiztosítás szócikk a Wikipédiából*
Forrás: https://hu.wikipedia.org/wiki/Egészségbiztosítás

[6] Pitacco, Ermanno (2014) : *Health Insurance: Basic Actuarial Models.*
Kiadó: Springer International Publishing Switzerland, EAA Series, ISBN: 978-3-319-12234-2

[7] Pálvölgyi Dénes (é.n.) : *Bevezetés a közgazdasági játékelméletbe című tárgy előadása alapján.*

[8] Lakatos Máté (2016) : *Casco Biztosítási Csalások Közgazdasági Modellje.*
Biztosítás és Kockázat, III. évfolyam 2. szám, 58. – 79. oldal
Forrás: http://real.mtak.hu/44959/1/biztositas_es_kockazat_3_evf_2_szam_4_cikk_u.pdf
Letöltés dátuma: 2021.12

[9] Tipirneni R, Politi MC, Kullgren JT, Kieffer EC, Goold SD, Scherer AM (2018) : *Association Between Health Insurance Literacy and Avoidance of Health Care Services Owing to Cost.*
JAMA Netw Open. 1(7):e184796.
DOI: 10.1001/jamanetworkopen.2018.4796
Letöltés dátuma: 2022.03

[10] Finkelstein, Amy, and Kathleen McGarry (2006) : *Multiple Dimensions of Private Information: Evidence from the Long-Term Care Insurance Market.*
American Economic Review, 96 (4): 938-958.
DOI: 10.1257/aer.96.4.938
Letöltés dátuma: 2021.11

[11] Harsanyi, J.C. (2004) : *Games with incomplete information played by "Bayesian" players. I. The basic model.*

Management Science, 14. kötet 3. szám 159. – 182. oldal

Forrás: http://www.dklevine.com/archive/refs41175.pdf

Letöltés dátuma: 2022.02

[12] Martuza J.B., Skard S.R., Løvlie L., Thorbjørnsen H. (2022) : *Do honesty-nudges really work? A large-scale field experiment in an insurance context.*

Journal of Consumer Behaviour, szerk.: Steven D'Alessandro, Jacqueline K. Eastman.

DOI: https://doi.org/10.1002/cb.2049

Letöltés dátuma: 2022.05