# Hogyan bánjunk el egy dúvaddal

# (Feladatok egyszámjátékra)

1. Hárman egyszámjátékot játszanak. Mindegyikük egyet, kettőt vagy hármat mond. Az nyer, aki a legkisebb számot mondja egyedül. Aki nyer, az kap a másik két játékostól egy-egy dollárt. Ti hogyan játszanátok?

Ha valaki egyszerű taktikát alkalmaz, akkor hamar kiismerhetik a többiek, és tudnak rá reagálni. Elég gyorsan rájöhetünk, hogy kevert stratégiát érdemes alkalmazni. Előre eldöntjük, hogy az egyes számokat milyen gyakorisággal szeretnénk mondani, de nem szeretnénk, hogy ki lehessen találni, hogy mit mondunk legközelebb. Például, ha úgy döntünk, hogy kb a játékok felében mondunk egyet, harmadában kettőt és hatodrészben hármat, akkor ezt egy dobókockával könnyen megoldhatjuk. Ha a dobott szám egy, kettő vagy három, akkor egyet mondunk, ha négyet, vagy ötöt dobunk akkor kettest mondunk, és ha hatost dobunk, akkor hármat mondunk.

Az $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$,$\frac{1}{4}$ arány két pénzérme feldobásával könnyedén biztosítható.

1. Hárman egyszámjátékot játszanak. Mindegyikük valószínűséggel mond egyet, kettőt vagy hármat. Aki nyer, az kap a másik két játékostól egy-egy dollárt.. Igazságos-e ez a játék?

Ha a játékosokat „A”-val „B”-vel és „C”-vel jelöljük, akkor ezt a játékot a következő egyszerű táblázattal jellemezhetjük:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | A | B | C |
| 1 |  |  |  |
| 2 |  |  |  |
| 3 |  |  |  |

 P()=3()3=, P(A)=PB)=P(C)=

 M(A)=M(B)=M(C)=0

A játék igazságos.

1. Az egyik játékos óvatosan eltér az eredeti stratégiától. Kicsit gyakrabban mond egyest, így próbál előnyhöz jutni. Hogyan alakul ebben az esetben a játékosok egy játékra eső átlagos nyereménye? A pontos számokat a táblázat mutatja:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | A | B | C |
| 1 |  |  |  |
| 2 |  |  |  |
| 3 |  |  |  |

 Nézzük a negyedik feladatot általánosan

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | A | B | C |
| 1 | p1 | q1 | r1 |
| 2 | p2 | q2 | r2 |
| 3 | p3 | q3 | r3 |

Ahol pi, qi, ri≥0 és p1+p2+p3=1, q1+q2+q3=1, r1+r2+r3=1.

P(A)=p1(q2+q3)(r2+r3)+p2(q1r1+q3r3)+p3(q1r1+p2r2)=

P(B)= q1(p2+p3)(r2+r3)+q2(p1r1+p3r3)+q3(p1r1+p2r2)=

P(C)= r1(p2+p3)(q2+q3)+r2(p1q1+p3q3)+r3(p1q1+p2q2)= 

P()=p1q1r1+p2q2r2+p3q3r3=

M(A)=2P(A)-1P(B)-1P(C) +0P()=

M(B)= -1P(A)+2P(B)-1P(C) +0P()=-

M(C)= -1P(A)-1P(B)+2P(C) +0P()=-

Ez az jelenti, hogy hosszabb távon 18 játékonként A 2 dollárt nyer, a B és C pedig egy-egy dollárt vesztenek.

4. feladat

Az egyik játékos vérszemet kap, és úgy dönt, hogy minden játékban egyest fog mondani (dúvadként kezd el viselkedni). Természetesen a másik két játékos elég hamar rájön erre, és gyorsan reagálnak erre egy új stratégiával. Mi fog történni?

Rövid gondolkodás után észrevehetjük, hogy ha se”B”, se „C” nem mond egyest, akkor biztosan veszítenek. Vagyis lényegében az a kérdés, hogy mondjanak-e egyest, vagy sem.

Az alábbi táblázatok mutatnak néhány kézenfekvő lehetőséget. Azt még feltételezzjük, hogy „B”és „C” szerepe szimmetrikus, ezért ugyanazzal a stratégiával játszanak

.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | A | B | C |
| 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 0 | 0 | 0 |
| 3 | 0 | 0 | 0 |

Ha így játszunk, akkor a vereséget elkerülhetjük, hiszen minden meccsen döntetlen születik.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | A | B | C |
| 1 | 1 |  |  |
| 2 | 0 |  |  |
| 3 | 0 | 0 | 0 |

Ebben az esetben:P(A)=PB)=PC)=

A játék így is igazságos, csak most sokkal érdekesebb, mert csak a játszmáknak kb az egy negyede lesz döntetlen. Így a véletlen szeszélye folytán akár igen érdekes eredmények is születhetnek.

Nézzük egy kicsit általánosabban.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | A | B | C |
| 1 | 1 | p | P |
| 2 | 0 | 1-p | 1-p |
| 3 | 0 | 0 | 0 |

P(A)=1(1-p)2, P(B)=P(C)=p(1-p), P()=p2.

Ez egy teljes eseményrendszer. P(A)+P(B)+P(C)+ P()= (1-p)2+2p(1-p)+p2=1

M(B)=M(C)=2P(B)-P(C)-P(A)+0P()=P(B)-P(A)=p(1-p)-(1-p)2=-2p2+3p-1=-2(p-)2+

Ez azt jelenti, hogy ha valószínűséggel mondunk egyet, akkor hosszabb távon átlagosan  egységet nyernek játékonként. Ez a maximum, amit ebből a szituációból ki lehet hozni. Azért ez egy törékeny egyensúly. Ha a B, vagy C úgy dönt, hogy kilép a mindkét fél számára előnyös szituációból, és elkezd állandóan kettest mondani, akkor rövid-távon elég nagy haszonra tesz szert.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | A | B | C |
| 1 | 1 | 0 | $$\frac{3}{4}$$ |
|  2 | 0 | 1 | $$\frac{1}{4}$$ |
| 3 | 0 | 0 | 0 |

P(A)=$\frac{1}{4}$, P(B)=$\frac{3}{4}$, P(C)=0.

M(A)=-$\frac{1}{4}$, M(B)=$\frac{5}{4}$, M(C)=-1.

Nagy csábítás, az előzőhöz képest. Ha A és B nem változtat ezen a stratégián, Akkor C soha nem nyer. Viszont Ő dönti el, hogy a másik kettő közül ki nyerjen. Ezzel hosszabb távon rá tudja venni őket a stratégiájuk feladására.