

# Szakdolgozat

Izsó Ferenc Áron  
matematikatanár – történelem és állampolgári ismeretek tanár

2024.

EÖTVÖS LORÁND TUDOMÁNYEGYETEM

Természettudományi kar

# Szakedolgozat

## Matematikaoktatás a kőműves szakképzésben

Témavezető:

**Koren Balázs**

oktató

Készítette:

**Izsó Ferenc Áron**

történelem tanár és állampolgári

ismeretek tanára–matematika tanára

## NYILATKOZAT

Név: *Lud Ferac Anon*

ELTE Természettudományi Kar, szak: *matematika tanár - törtélem és állampolgári  
ismeretek tanár*

NEPTUN azonosító: *9J5512*

Szakedolgozat címe: *Matematika alaptal a bönvés matematikában*

A szakedolgozat szerzőjeként fegyelmi felelősségem tudatában kijelentem, hogy a dolgozatom önálló szellemi alkotásom, abban a hivatkozások és idézések standard szabályait következetesen alkalmaztam, mások által írt részeket a megfelelő idézés nélkül nem használtam fel.

Budapest, 2024. április 19

  
a hallgató aláírása

## Tartalom

<b>1. Bevezetés</b>	<b>5</b>
<b>2. 2013 –as reform</b>	<b>10</b>
1.1 A reform problémái	12
<b>3. 2020-as reform és a mai szakképzés felépítése</b>	<b>14</b>
<b>4. A matematika tanterv a szakképzésben résztvevőknek</b>	<b>15</b>
<b>5. A szakképzésben bemenő tanulók matematikai tudása</b>	<b>17</b>
5.1 A tanulók motivációja	19
<b>6. Ösztönzés a szakképzésben</b>	<b>21</b>
<b>7. A kőműves kompetenciákhoz szükséges matematika tudás</b>	<b>23</b>
<b>8. Értékelési rendszer bevezetés</b>	<b>31</b>
8.1 Értékelési rendszer	31
<b>9. Szempontok a matematika oktatás felépítésére</b>	<b>35</b>
<b>10. Órai tevékenységek:</b>	<b>47</b>
10.1 Matematikai játékok	47
10.2 Statisztika a vállalkozásokban	53
10.3 Szakmai számítások	57
10.4 Társasjátékok	59
<b>11. Összegzés</b>	<b>61</b>
<b>12. Irodalomjegyzék</b>	<b>63</b>

# 1. Bevezetés

Az egyetemen eltöltött idő alatt rengeteg módszerrel, iskolatípussal, szemlélettel találkoztam és kerestem a hozzám illő tanítási stratégiát. Az évek alatt pedig kirajzolódott, hogy mi a célom az oktatás területén: a hátrányos helyzetű gyerekek felzárkóztatása, motiválása, a matematika megszerettetése. A szakdolgozatom témáját is ezek alapján kerestem és így jutottam el a szakképzésbeli matematika oktatásához. Személyes élményem is van ezzel kapcsolatban, kőműves bizonyítványt szereztem az egyetemi évek alatt és tartottam több matematika órát is egy építőipari szakközépiskolában. Gyakorlati tapasztalatokat szereztem a diák és a pedagógus oldal részéről is.

A kőműves szakmai számítások órákon döbbsentem rá, hogy mekkora matematikai hiányossággal rendelkeznek a szakmát elsajátítók, a számológép használatától kezdve a szorzótábláig, gyakorlatilag a legalapvetőbb készségekkel sem rendelkeznek. Ekkor gondolkodtam el rajta, hogyan lehetne az építőipari diákok matematikatudását hatékonyan fejleszteni. Utánanéztem hogyan működik a szakközépiskolai oktatás, hogyan épül fel a tanterv, tanulmányokat olvastam, hogy mélyreható képet kapjak a témáról.

Az egyik legnehezebb terület véleményem szerint a matematikával kapcsolatban kialakult társadalmi ellenszenv. Nagyon nehéz úgy a diákokat elkötelezni a tantárgy tanulása mellett, ha a diákok folyton azt hallják, hogy a matek nehéz és amit ott tanulnak, azt különben sem fogják tudni használni az életben. Sokan csak kudarccal szembesültek az általános iskolai órákon, így ezzel is mindenféleképpen kell valamit kezdeni, tudatosan kell pozitív „propagandát” folytatni a szemlélet megváltoztatása érdekében. Teljesen érthető okokból ez is negatívan befolyásolja a matematikai teljesítményüket. A 2012-es PISA felmérés szerint a 15 éves diákok több mint 30%-a szorong a matematikaórákon. (Bernáth & Krisztián, 2017) A motivációm egyik sarokköve, hogy olyan módszereket találjak amelyek segítségével ezt a szorongást csökkenteni lehet. Ezekre a technikákra az általános iskolában és a szakközépiskolákban van a legnagyobb szükség.

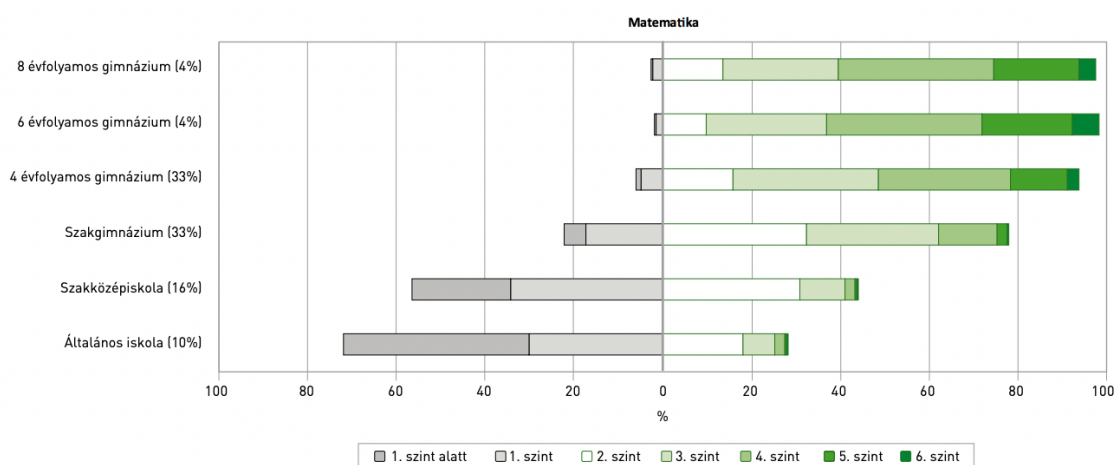
A téma abból a szemszögből is érdekel, hogy hogyan lehet motiválni a szakközépiskolás és gyengébb képességű diákokat matematika tanulására és a későbbiekben az érdeklődésüket fenntartani. A 21. században nagyon sok

változás ment végbe, amire a hagyományos oktatás nem vagy csak részben tudott válaszolni. Több kihívás keletkezett ennek következtében, amihez alkalmazkodni kell, hogy sikeresen tudjunk egy órát megtervezni, megtartani.

Kutatásaim során felfigyeltem a különböző oktatási mutatók gyenge számaira a következő területeken: lemorzsolódás, bukások, funkcionális analfabéták aránya. Több aggodásra okot adó adattal találkoztam, ezzel kapcsolatban az Európai Unió is előír célszámokat, ezekből válogatva bemutatok dolgozatomban egypár statisztikát, amit érdemesnek tartok kiemelni.

A legtöbbit említett oktatási mérés a PISA teszt, gyakori téma a közéletben a magyar diákok ezen elért teljesítménye. A matematika eredmények általában a középmezőny aljára sorolják az országot, de a nagyobb probléma, hogy az elért eredmények csökkennek, vagy a legjobb esetben is stagnálnak. Érdeemes lenne megnézni Lengyelországot, ahol megváltozott az oktatási struktúra így sikerült jobb eredményeket hoznia a diákoknak.

A PISA vizsgálaton 15 éves diákok vesznek részt, és azt nézik, hogy mennyire képesek felhasználni a tudásukat életszerű helyzetben. Nem az egyes évfolyamokat veszik alapul, hanem az azonos évben születetteket. Matematikából az elért eredményeik alapján 7 szintre osztják be őket, ezen az értékelési skálán a kettes szint jelenti azt a lélektani határt amit, ha a diák nem ér el akkor matematikából funkcionálisan analfabétának minősül. Ez azt jelenti, hogy a mindennapi életben is hátráltatva lesz a legalapvetőbb matematikai készségek hiánya miatt. (PISA 2018 Összefoglaló jelentés, 2019) Szemléltetésül a következő diagram a 2018-as magyarországi matematika eredményeket mutatja be:



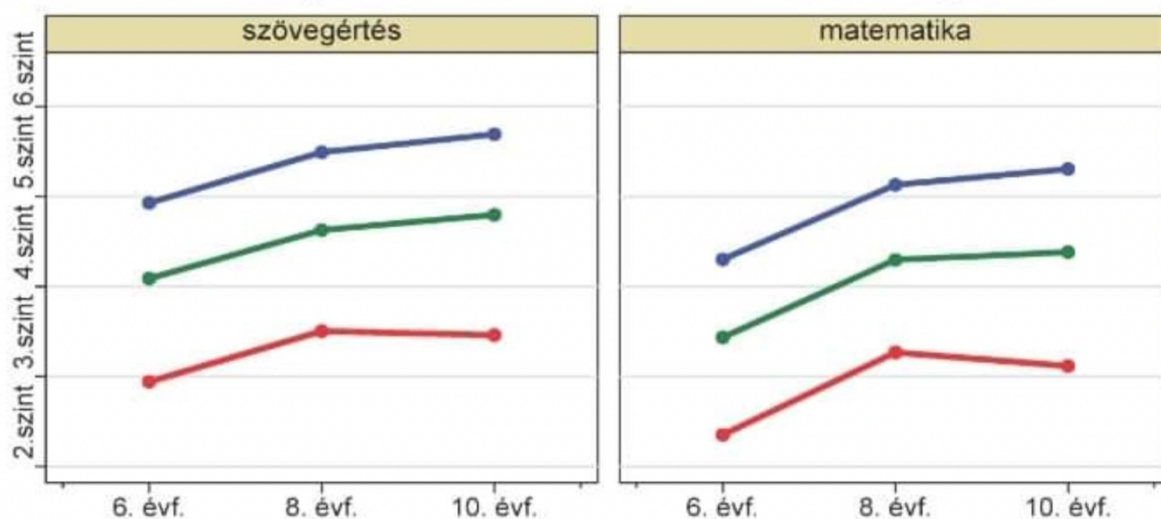
1. ábra 2018-as PISA felmérés eredményei matematikából

(PISA 2018 Összefoglaló jelentés, 2019)

Ez az ábra jól szemlélteti, hogy miért illeszkedik a témához ez a statisztika, hiszen leolvasható belőle, hogy a szakközépiskolások több mint 50 százaléka a kettes szint alatt van, azaz a diákok jelentős része nem tud megoldani egyszerű mértékegység-átváltásokat vagy nem tud pénzt átváltani különböző pénznemekre, így a szakmájukban sem tudnak boldogulni a számításokkal. A statisztika fontos eleme, hogy a gimnáziumokban tanuló magyar diákok jól teljesítenek, azonban a túlkoros általános iskolások és a szakmát tanulók meglehetősen gyengén.

A 2010. évi kompetencia felmérésen is született egy lesújtó statisztika: a szakközépiskolát (közben változott az elnevezés: akkor még szakiskolának hívták ezt a képzési formát) választó diákok matematika eredményei az ott eltöltött két év alatt nemhogy javultak volna, hanem csökkent a teljesítményük, amit a következő ábra piros jelölése jól mutat.

### Teszteredmények alakulása a tizedikes iskolatípus szerint



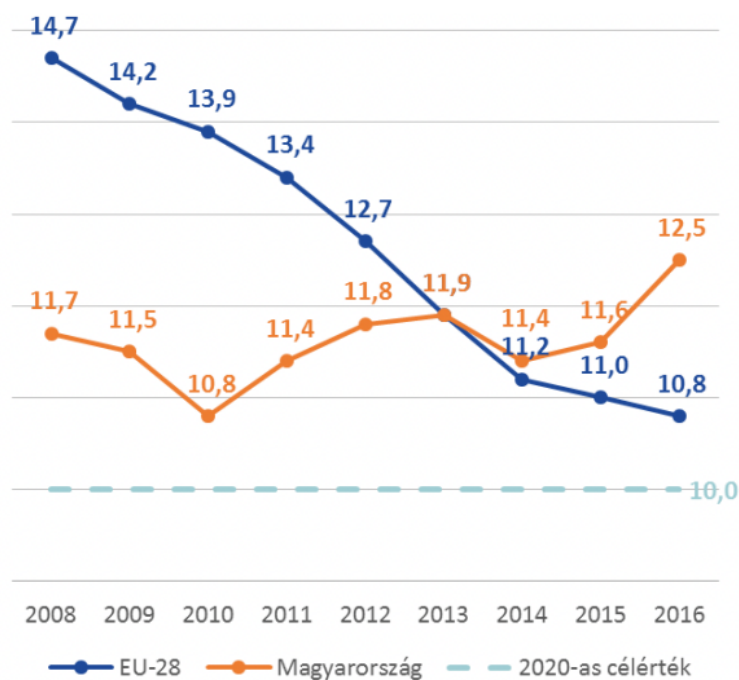
2. ábra 2010 kompetencia mérés eredményei

(Balázsi, Lak, & Szabó, 2011)

Amint észrevehető a szövegértésből sem látható fejlődés, de matematikából szignifikáns visszaesés tapasztalható, ennek az okait érdemes lenne megvizsgálni, és dolgozni azon, hogy hogyan lehetne ezen javítani.

A másik kiemelt problémakör a lemorzsolódás, ami legjobban a szakközépiskolákat érinti, mivel Magyarországon megfigyelhető egy tendencia, hogy ezt az intézménytípust leginkább a hátrányos helyzetű tanulók választják. A közép- és a felsőosztály a gyermekeit érettségivel záródó intézményekbe íratja, a

felsőoktatási intézmények előszobájaként. (Csapó , és mtsai., 2008) 2015-ben a szakiskolások 11 százaléka hátrányos helyzetű volt (Alexandra, 2017/63). ami nagy pedagógia kihívás elé állítja az ott tanító pedagógusokat és magával hozza az iskolából való kiesés esélyét. A lemorzsolódási adatokat a következő diagram szemlélteti az Európai Unió átlagával összevetve:



2. ábra Lemorzsolódási adatok

(Alexandra, 2017/63)

Az európai tendencia javulása mellett a magyar mutatók romló statisztikája aggodásra ad okot, a 2020. évre megcélzott tíz százalékot nem sikerült elérni, sőt távolodtunk is tőle (KSH, 2024).Az adatokból következik, hogy a változás elkerülhetetlen.

Végezetül, de nem utolsósorban, azért érdekel kifejezetten a téma mert a szóban forgó diákok szociális szempontból kiszolgáltatottak. Azok a gyerekek, akik egy közép-felső osztálybeli családba születnek, már a születésükkor előnyben vannak a többiekkel szemben és később ez az olló még nagyobbra nyílik. A gyerekekkel töltött minőségi idő, többszörösen megtérül gazdasági szempontból. A diplomás szülők átlagban napi egy órával többet foglalkoznak gyermekeikkel, azok így nagy előnyre tesznek szert társaikkal szemben (Hajdu , Kertesi, & Kézdi, Idő és pénz a gyereknevelésben Magyarországon, 1993-2010, 2022/11), ezért lenne az államnak nagyon fontos szerepe a leszakadó társadalmi réteg gyermekeinek



az oktatásban, hogy megtörténjen az esélykiegyenlítés. Itt fontos megemlítenem, hogy nem az esélyegyenlőségre kell törekedni az iskolákban, mivel már akkora a különbség a diákok között, hogy ha mindenkinek ugyanazt a feltételt biztosítjuk, akkor szinte biztosan borítékolható a kudarcc. Ebből pedig rengeteg kérdés következik: lehet-e ugyanolyan dolgozatot írnia egy kitűnő tanulónak és egy szerényebb képességű diáknak? Szükséges őket egy skálán osztályozni? Hogyan lehet hatékony oktatást szervezni így?

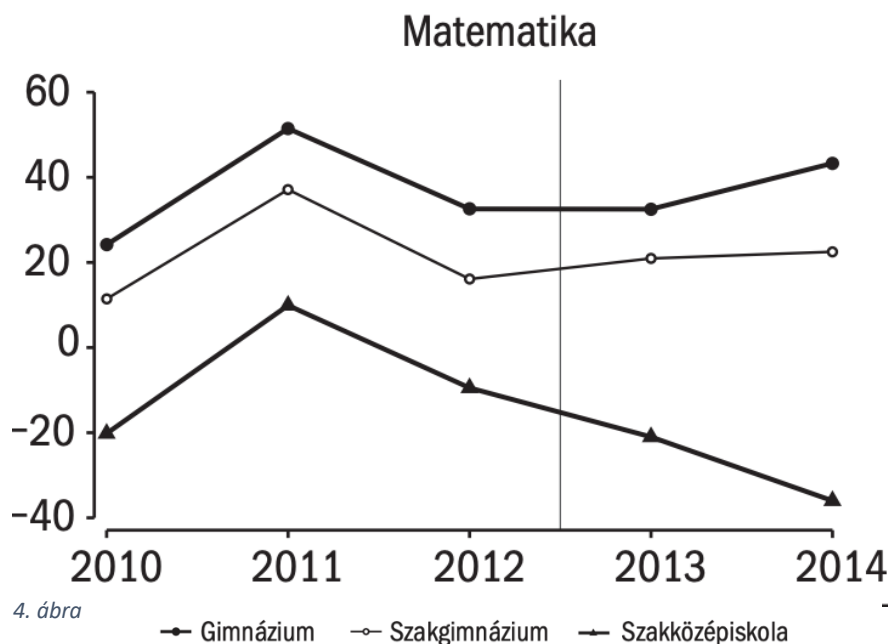
Dolgozatomban általános áttekintést adok arról, hogy miért közös érdekünk az, hogy ezekkel a problémákkal foglalkozunk, mert az látszik, hogy sok aggasztó adatunk van.

## 2. 2013 –as reform

2011-ben az országgyűlésben elfogadták az érettségit nem adó képzések átalakítását (2011. évi CLXXXVII. törvény a szakképzésről). Ennek igényét a munkaerő-piaci trendek, szülői és fenntartói kérések támasztották alá (Tárki-Tudok, 2012). A négy és ötéves szakképző iskolákat felváltotta hároméves duális képzés, aminek a motivációja a képzés gyakorlatorientáltságának növelése volt. Viszont a képzési idő csökkentése magával hozza az órák számának drasztikus csökkentését is, méghozzá a közismereti tárgyakét (Bükki, Domján, Mártonfi, & Vinczéné Fekete, 2014). A változtatás előtt 3-3 matek óra volt hetente az első két évfolyamon, ez csökkent le 2-1 órára. Ha a szakmaspecifikus képességek javítása az általános képességek rovására megy, annak inkább a hosszútávú hatásai jelentősek (Hermann, Horn, & Tordai, 2018). Az ilyen iskolákban végzetek később könnyebben munkanélküli státuszba kerülhetnek a dinamikusan változó munkaerőpiacon (Hanushek, Schwerdt, Woessmann, & Lei, 2017). Az átalakítás mintája a német duális szakképzés volt, ahol a közismereti tárgyak szintén nem szerepelnek nagy óraszámokban, csak míg a német rendszerben a középfokú iskola előtt 7155-7950 közismereti órát tanulnak, Magyarországon ez a szám 5742 óra (Hajdu, és mtsai., 2015). Számszerűsítve 2-3 év lemaradásban van egy magyar tanuló a német társával szemben, így a célkitűzés érdemben nem teljesülhetett. A közismereti tárgyak időkeretének csökkentése mögött az a szándék is meghúzódott, hogy a hátrányos helyzetű gyerekek tovább maradjanak a képzésben és a lemorzsolódás csökkenjen. Igaz azt nem veszi figyelembe az elképzelés, hogy pont itt kellene az alapkészségeiket többet fejleszteni, és ezeket a kompetenciákat javítani. Ezzel szemben, ebben a törvényben (2011. évi CLXXXVII. törvény a szakképzésről) levitték a tankötelezettség korhatárát 18 évről 16 évre, ez azt eredményezte, hogy többen képzettség nélkül hagyják el az intézményeket ezzel is növelve a lemorzsolódást.

Mivel a reform óta eltelt egy évtized így lehet azt vizsgálni, milyen hatással volt a tanulók teljesítményére. Az áttekintéshez az Országos kompetenciamérés 2010. és 2017. közti adatait mutatom be, ahol azt láthatjuk, hogy a nyolcadikos és

a tizedikes tanulók eredményei hogyan változtak a középszintű oktatásban eltöltött évek alatt.



A diagramról leolvasható, hogy összességében az érettségit nem adó intézményekben a tanulók matematikai készségei a 2013. évi szakképzési reform hatásaként szignifikánsan csökkentek. Érdekes lehetne megvizsgálni azt, hogy ennek ellentételezéseként a munkaerőpiacon hogyan tudtak elhelyezkedni, érvényesülni. Viszont az oktatáskutatók általános véleménye az, hogy a rosszabb általános képességek hosszabb távon rontani fogják a munkaerőpiaci lehetőségeket (Hermann, Horn, & Tordai, 2018).

Az iskolák megnevezése is megváltozott, a szakiskolából szakközépiskola lett, a szakközépiskolákat pedig szakgimnáziumnak nevezték át. Igaz az áttevezések gyakorlatban teljesen jelentéktelenek, ha egy képzést másként hívunk attól függetlenül nem lesz népszerűbb az adott iskolatípus.

Az érettségit adó és nem adó szakképző iskolák névváltoztatásai:

2013 előtt	2013 - reform	2020 - reform
szakiskola	szakközépiskola	szakképzőiskola
szakközépiskola	szakgimnázium	technikum

## 1.1 A reform problémái

A fenti ábrából látható matematika tudás csökkenése mellett több probléma is volt ezzel a reform próbálkozással (ITM, 2019), ezekre reflektálok röviden:

### **Túl magas gimnáziumi férőhelyszám, így azokat a fiatalokat is felveszik gimnáziumba, akik nem oda valók.**

Számomra értelmezhetetlen, hogy miért probléma, ha sokan járnak gimnáziumba? Ha egy gyengébb képességű tanuló bekerül egy ilyen intézménybe, olyan erős szociális és tanulási mintát kap, amit később hosszútávon érvényesíteni tud, amellett, hogy ott más kapcsolatrendszer tud kialakítani, mint egy szakképző intézményben, így tudja támogatni a társadalmi mobilitást (Hajdu, és mtsai., 2015). Össztársadalmi érdek, hogy többen járjanak gimnáziumba.

### **Általános iskolák tanárai nem támogatják a szakképzés választását.**

Az általános iskolai pedagógusok is a gimnáziumot preferálják a szakképzéssel szemben (Hajdu, és mtsai., 2015):

- A gimnázium nagyobb mértékben fejleszti a munkához és a hétköznapi élethez elengedhetetlen alapkészségeket. Ennek hiányában a diákok nem tudnak rugalmasan alkalmazkodni az új kihívásoknak. Az egész életen át tartó tanulás képesség elsajátításának nagyobb lehetősége.
- Az érettségivel rendelkezők több sikert érnek el a munkában, foglalkoztatásuk magasabb, többet keresnek és sokkal kisebb arányban szorulnak betanított munkára.
- A felsőoktatási intézményekbe nagyobb számban gimnáziumból kerülnek ki a diákok.

### **Az általános iskolákból a szakképzésbe a diákok súlyos kompetenciahiánnyal érkeznek**

Ennek egy külön fejezetet fogok szánni, mert ez az egyik legfontosabb probléma, ezt figyelembe kell venni a matematika tanításánál is.

## **Magas a lemorzsolódás**

A szakképzés 4.0 amiben szerepel ez a mondat, emellett megemlíti a 16 éves korhatár közötti tankötelezettség káros hatásait erre reflektálva. Erről pedig már kifejtetem az álláspontomat fentebb.

### 3. 2020-as reform és a mai szakképzés felépítése

Az előbbi problémákra reflektálva változtattak 2020-ban újra a szakképzésen. Az aktuális rendszert a 2020/21-es tanévben kezdték felmenő rendszerben átalakítani, szakképzés 4.0 néven. Három pilléren alapszik: technikum (volt: szakképzőiskola, szakgimnázium), szakképző iskola (volt: szakmunkásképző, szakiskola) és szakiskola. A technikum célja a mérnökképzésre való felkészítés, a szakma elsajátítása és sikeres érettségi, a szakképző iskolának pedig a szakma alapos elsajátítása. A szakiskolák olyan diákok jelentkezését várják, akik valamilyen okból nem tudnak közoktatásba beilleszkedni és ott kis csoportokban egy részszakmát tudnak elsajátítani.

A minta egy nyugati struktúra átvétele: az osztrák szakképzése (ITM, 2019).

A legüdvözölendőbb változtatás a matematika szempontjából, hogy már nem kettő évig tanulnak a diákok matematikát, hanem három évig és ezzel párhuzamosan az óraszámot megnövelték heti 2-2-1 órákra a 9.-10.-11. évfolyamokon. Fontosnak tartom megemlíteni, hogy még így sem éri el a 2013 előtti matematika óraszámot.

## 4. A matematika tanterv a szakképzésben résztvevőknek

Az első szembetűnő érdekesség a tantervvel kapcsolatban az, hogy a 2020 NAT szakképzési matematika szekciója még a két évig tartó alacsonyabb matematika óraszámmal számol, így a 11.-es matematika óráknak pedig nincsen tanterve. A tanároknak ezzel kapcsolatban nincs iránymutatás. Ebből következik az, hogy nincs egységes követelmény sem, mivel nincs erre vonatkozható tanterv.

Mivel nincs kidolgozva az új óraszámokra az elvárás így csak a 2020-as NAT-tal tudok dolgozni. A tanterv éves bontásban határozza meg az elérendő célokat, szemben más intézménytípusokban, ahol két év a jellemző. A következő elérendő célokat tűzi ki az iskola végére (NAT, 2020):

- alpműveletek elvégzése a racionális számok körében
- egész kitevőjű hatványok értelmezése
- képletbe behelyettesíteni és annak kiszámítása számológéppel
- egyszerű szöveges feladatok megoldása
- matematikailag értelmezni szöveges problémákat
- egyismeretlenes elsőfokú egyenletek megoldása
- relációk értelmezése
- egyenes és fordított arányosság és százalékszámítás használata
- elemi geometriai fogalmak használata
- mértékegységek használata, geometriai számítások alkalmazása
- a szimmetria, a hasonlóság és az egybevágóság eseteinek felismerése
- a számegyenesen és a koordinátarendszerben való tájékozódás
- egyszerűbb sorozatok felismerése
- algoritmusok felismerése
- egyszerű táblázatok, grafikonok és diagramok értelmezése és létrehozása
- halmazok, valószínűség-számítás, kombinatorika, statisztika, geometria elemi fogalmainak megértése
- szakmában előforduló matematikai kérdések megfogalmazása
- új információk keresése, utánajárás az interneten

Ezeket a célokat kell elérnie a diákoknak 175 óra alatt úgy, hogy az általános iskolai lemaradásokat is be kell pótolni.

A következőkben azt mutatom be, hogy milyen tematikus egységekből áll, mire mekkora hangsúlyt fektet a tanterv. Az első óraszám a kilencedik, a második pedig a tizedik évfolyamét mutatja

- Számтан, algebra: 10;4 óra
- Gondolkodási módszerek, halmazok, kombinatorika, valószínűség, statisztika: 18; 10 óra
- Függvények, sorozatok, egyenletek, algoritmus. 18; 10 óra
- A geometria alapjai: 18: 8 óra

Természetesen nem jön ki a fentebb említett óraszám (175) mivel az előző rendszerre építették fel, így az iskolák helyi tantervére van bízva hogyan osztják be a fennmaradó órákat. Bár több helyi tantervet is megnéztem az interneten egyik intézménynél sem találtam más óraszám eloszlást, így nem tudom, hogy az iskolák a fennmaradó órákat milyen témákra osztották be.



## 5. A szakképzésben bemenő tanulók matematikai tudása

A már bemutatott kompetencia mérési eredményeken felül egy konkrét felméréssel (Ágnes, 2007) támasztom alá, hogy a tanulók legnagyobb része nem áll készen a középiskolai tanulmányaira azok közül, akik a szakképzést választják. Egy iskola saját felmérését választottam, ami nagyon jól rámutat a diákok hiányosságaira, és véleményem szerint jól bemutatja a helyzetet.

A mérést egy frissen induló 9. osztállyal végezték el, ahol az alapkompenciákkal való rendelkezést mérték fel. Az ismeretanyag nem lép túl a 6. osztályos szinten, sőt a feladatok többsége az alacsonyabb évfolyamok követelményrendszerére kérdez rá. A mérés előtt már volt ismétlés, így a tanulóknak volt ideje az iskolai étellel felvenni a ritmust.

A tesztet megíró tanulók általános iskolai eredményeik a következők voltak

- 8. osztály félévkor matematikából az átlag: 2,04.
- 8. osztály félévkor 20 százalékuk megbukott belőle
- a legjobb tanuló négyes jeggyel zárt, egyedül ő volt a közepes szint felett.
- volt olyan diák, aki minden tárgyból megbukott félévkor

A mérést elvégzők célja, hogy egy olyan diagnosztikus mérőeszközt állítsanak össze, amiből megállapítható, hogy az elemi készségek mennyire rögzültek és milyen hiányosságokkal rendelkeznek, amit pótolni szükséges és melyek azok a témák, amikre lehet biztosan építeni.

A felmérésnek bemutatom a feladatait és röviden összefoglalom a diákok teljesítményét a feladattal kapcsolatban.

### 1. feladat: Valós számok ábrázolása a számegyenesen

A tanulók 67 százaléka képes ábrázolni az egész számokat a számegyenesen, a közönséges és tizedes törtet pedig 23 százalékuknak sikerült bejelölnie. *A tört számokkal a tanulók bizonytalanok.*

### 2. feladat: Mértékegység átváltás

A diákok átlagos teljesítménye 29 százalék, a feladatokban csak tonna, kilogramm, dekagramm, gramm mértékegységek szerepeltek. *A tanulók készség szinten nem tudnak mértékegységet átváltani.*

3. feladat: Műveletek valós számokkal

- a) Természetes számokkal való műveletvégzés: A diákok a műveleti sorrenddel nem voltak tisztában, de az egyes részszámításokat sikeresen megoldottak. Végeredményben egy hibátlan számítás sem lett.
- b) Közös nevezős törtek összeadás: A közös nevezőt a diákok 45 százaléka megtalálta, és akiknek ez sikerült, azoknak a fele adta jól össze. Az előző feladatokhoz képest itt jobb eredményt értek el. Véleményem szerint ezt az indokolhatja, mert az általános iskolában a tört számokra jelentős óraszám van csoportosítva.
- c) Műveletek egész számokkal: Az előjellel való műveletek elvégzése a diákok 41 százalékának sikerült. *Összességében nem biztosak a diákok a valós számok körében a műveletvégzéssel.*

4. feladat: Egyszerű egyenletrendezés

Az egyszerű egyismeretlenes egyenletek megoldása a diákok 18 százalékának sikerült. A törtes egyenletet senki sem tudta jól megoldani. A zárójellel ellátott egyenleteknél, a diákok 18 százaléka felbontotta a zárójelet, de utána nem tudta jól megoldani a feladatot. *Összesítve a diákok nem tudtak mit kezdeni olyan matematikai összefüggésekkel, amik ismeretlen tartalmaznak.*

5. feladat: Területszámítás, szakmai számítási feladatok, szöveges feladat

Egy olyan szöveges feladat volt feladva, ahol egy téglalap területét kellett kiszámolnia a diákoknak, mindössze egy diáknak sikerült ez. *A területszámításhoz szükséges szövegértéssel és matematikai alapjaival nincsenek tisztában a tanulók.*

A felmérés eredményéből levonhatjuk azt a következtetést, hogy a szakképzést választó diákok, nagy hiánnyal és lemaradással kerülnek át a középiskolába. Ami nehezíti a felzárkózást az, hogy akkora mértékű a lemaradás, ami nehezen teszi lehetővé az önálló tanulást és ismeretszerzést. Hiányoznak az alapkészségek, ami a záloga a jövőbeli sikeres boldogulásnak.

Természetesen mivel ez a felmérés egy osztályra korlátozódik le, így nem lehet belőle tudományos megállapításokat levonni, de mindenféleképpen

figyelemfelhívó, hogy a pedagógusok milyen nehézségekkel szembesülnek a szakképzésben.

## 5.1 A tanulók motivációja

Kardinális kérdés a szakképzésben részt vevő tanulók motiválása, ösztönzése a tanulásba való részvételre. Mivel a kedvezőtlen családi háttér a tanulási motivációra negatívan hat, alacsonyabb a tanulási érdeklődésük, mint a nem veszélyeztetett társaiké. Mivel a szakképzésben részt vevők családi háttere gyengébb (Horváth & Dávid, 2010) ezért kiemelendő ez a terület, mert a tanárnak nagyobb hangsúlyt kell erre fektetni. Ezért fontosnak tartom, hogy a témát jobban körüljárjam és a szakirodalmi eredményeket beépítsem a tézisembe és az iskolai gyakorlataimba is.

Ennek a pedagógiai kérdésnek a szakirodalom három fő csoportját különbözteti meg, ezeknek meghatározó szerepe van az iskolai eredményekkel kapcsolatban (Tóth, 1995).

- **szorongás és teljesítménymotiváció**

A diákok önbizalmához, önbecsülési igényeihez kapcsolódik ez a terület. Az önbizalom növelésére irányuló készítés és annak fenntartásában fedezhető fel.

- **kíváncsiság**

A kutató – felfedező magatartás alapját, tudás és megértés iránti igényéből eredeztető.

- **szociális motívumok**

Ide tartoznak a valakihez való tartozás szükségletéből adódó szükségletek: dicséret, odafigyelés, szeretet, törődés tanáraitól és társaitól.

A három közül először nemzetközi szinten a teljesítménymotivációval foglalkoztak a szakemberek. Az eredményük az volt, hogy a tanulók egyéni jellemzői határozza meg ezt a motivációs motívumot és az elsődleges mutatója,

amivel mérni lehet ezt az a siker elérése és a kudarc elkerülésére való törekvés hajlandóság (Atkinson, 1988).

A tanulási motiváció vizsgálatában az ezredfordulón új szemléletmód jelent meg, aminek a fő lényege a különböző motivációs motívumok egymásra ható működése és fejlődésének vizsgálata (Pintrich, 2003). Az elmúlt 20 év tanulsága, hogy a tanulási motivációt nem egy-egy motívum domináns jelenléte határozza meg, hanem egy összetett többkomponensű motívumösszesség, amely lehetővé teszi a tanulási környezethez való alkalmazkodást (Fejes & Józsa, 2005).

A kutatásban jelentős eredményeket ért el Nagy József, aki elméletében a motivációt 4 lépésből álló komplex folyamatként írja le (Nagy, 1998):

- az érdekértékelésre és érdekeltségi döntésre készítés;
- az érdekértékelés és érdekeltségi döntés;
- az érdekeltségi döntés jelzése;
- az aktivitásra készítés (Nagy, 1998)

Ebben a rendszerben a motívumunk a személyiségünknek azon elemeinek összessége, ami alapján egy viselkedés megkezdéséről és folytatásáról döntünk. Ilyenek például: célok, beállítódások, attitűdök, személyes normák és értékek. Azaz a tanulásban az énkép, önhatékonyság, negatív érzelmek és a szorongás is befolyásolják annak kimenetelét (Molnár, 2013).

A legújabb tudományos eredmények pedig az egyéni tulajdonságok mellett, bővítve a teret, figyelembe vette azt is, hogy a környezettől sem lehet eltekinteni, ahol a tanulás folyik. Több felmérés is bemutatja, hogy az eltérő szociokulturális háttérrel rendelkező diákok motivációs szintjei között eltérések vannak és a motivációs folyamatok lefolyása is különböző. Egy hetedikes osztályban matematikából elvégzett kutatás eredménye is ezt támasztotta alá: az alacsony és magas gazdasági háttérrel rendelkező diákok sikereiben és kudarcaiban számottevő különbségeket találtak (Mooney & Thornton, 1999). Ebben a kutatásban fontos megállapítás volt még, hogy az alacsonyabb szocioökonómiai háttérrel rendelkező tanulók saját sikereit a pedagógusoknak tulajdonították és nem maguknak.

## 6. Ösztönzés a szakképzésben

A következőkben az általános motivációs szakirodalmi háttér után, a szakképzésben való részt vevő tanulók közötti felmérést mutatok be, ahol a fókuszban az állt, hogy milyen tanári értékelési és motiválási módszerek ösztönzik őket, és ezek milyen relációban állnak a diákok társadalmi jellemzőivel. A megállapításaim alapját egy 2015-ös kérdőíves adatgyűjtés adják, amiben 35 szakképzési intézmény és több min 1200 tanuló vett részt (Czakó & Győri, 2017) .

Az első kérdés az volt, hogy a diákok mit gondolnak az oktatásban motiváló hatásúnak. Sorba kellett rendezniük 8 tanulási motívumot, aminek a következő eredményei születtek (Czakó & Győri, 2017) (népszerűségi sorrendben felsorolva és az első a legmotiválóbb):

- elismerést kapok (jó jegyet szerzek, megdicsér a tanárom)
- a tanárom támogat, fontos neki is, hogy sikert érzünk el
- valamilyen jutalmat kapok a jó eredményért
- rossz lett az eredményem és attól tartok, hogy újra sikertelen leszek
- valami olyasmit kell megcsinálni, amit aztán bemutathatok a többieknek (munkadarab, projekt, kiselőadás stb.)
- ritkábban van számonkérés és átfogóbb témára kell felkészülni
- a szakmai tárgyakban csoportmunka van
- mindennap kikérdeznék a tanárok (dolgozatot írunk vagy felelés van)

Az eredmények azt mutatják, hogy a diákok tanulási motivációjában a tanulók érzelmi, szociális motivációs tényezőknek van a legnagyobb befolyása. Ezen belül is a legmeghatározóbb a tanár dicsérete az egyik legfontosabb az összes közül

A következő kérdés vizsgálata már sokkal komplexebb, ennek eredményét megpróbálom röviden fogom összefoglalni. A tanulók társadalmi háttére alapján különböző motivációs motívumokat figyeltek meg:

- tanári elismerés – motiválóbb hatású: jó tanuló lányok körében, kevésbé motiváló hatású: kevésbé fejlett régiókban
- kudarcból való félelem - motiválóbb hatású: alsóbb évfolyamú diákok
- jutalom – motiválóbb hatású: nem városi környezetben

- társak elismerése - motiválóbbr hatású: felsőfokú végzettségű apák gyermekei, városi környezetben
- csoportmunka – motiválóbbr hatású: átlagnál nehezebb körülmények között élő diákok.

Az ismertett kutatás mellett fontos kiemelni, hogy ezek a motivációs motívumok egyénileg nagyon eltérőek lehetnek, így ezek természetesen csak tendenciák jelzésére alkalmasak. Ami még fontos a motiváció fenntartásában a pedagógiai változatosság, a tanulói munkaformák gyakori változása és a monotonitás elkerülése. Véleményem szerint a matematika órai motivációt növelheti az is, hogy a matematikai tananyagnál figyelembe vesszük a diákok szakmáját és előkészítjük a szükséges alapokat a szakmai számítások tanulásához.

## 7. A kőműves kompetenciákhoz szükséges matematika tudás

Több szempontból is fontos, hogy szakmánkként átgondoljuk, milyen matematikai kompetenciák szükségesek hozzájuk és a tantervet ehhez hozzáigazítsuk, megfelelően elhelyezve a hangsúlyokat benne. Ha sikerül a diákoknak elsajátítani a szakmához szükséges alapokat, akkor nagyobb az esélyük, hogy sikereket érjenek el benne, ezáltal motiváltabbak lehetnek. A kőműves szakmai könyvek alapján határoztam meg (Szerényi & Szerényi, Előregyártott vasbeton szerkezetek., 2019) (Szerényi & Szerényi, Falazás és vakolás, 2019) (Bársony, 2019) (Szerényi & Szerényi, Monolit beton és vasbeton szerkezetek, 2019) (Szerényi & Bársony, Víz-, hő- és hangszigetelések készítése, 2019) (Szerényi & Szerényi, 2019) a különböző szakmai tevékenységi csoportokat és a szakmai számítások feladatgyűjtemény és tapasztalatom alapján soroltam be különböző matematikai témákat a tevékenységekhez. Viszont itt sem érdemes alapvetően háttérbe szorítani azokat a matematikai tartalmakat, ami szorosan nem kapcsolódik a szakmához, mert a munkaerőpiacon egyre fontosabbak az általános készségek, mivel a felgyorsult világban a szakmatartalmak gyorsan átalakulnak (Cedefop, 2012). Ezért a szakképzésben résztvevők számára is fontos az alkalmazkodáshoz az élethosszig tartó tanulás képességének elsajátítása, aminek az alapja a közismereti képzés. (Csapó, A közoktatás második szakasza és az érettségi vizsga., 2008)

modul	kőműves feladatok	fejlesztési feladatok és ismeretek	fogalmak
<b>Kitűzés, földmunkák</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Hosszúság mérés</li> <li>• Szögek kitűzése</li> <li>• Párhuzamos egyenesek kitűzése</li> <li>• Terület kitűzése</li> <li>• Zsinórállvány készítés</li> <li>• Munkaárok készítése</li> <li>• Munkagödör készítése</li> <li>• Költségvetés készítés</li> <li>• Föld elszállítás</li> <li>• Optimális anyaghasználat</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Mértékegység átváltás, alkalmazás</li> <li>• Síkidomok terület, kerület számítása</li> <li>• Számológép használat</li> <li>• Szögek ismerete</li> <li>• Képletbe helyettesítés</li> <li>• Síkidom közelítő becslés</li> <li>• Százalékszámítás</li> <li>• Racionális számokkal való műveletvégzés</li> <li>• Szakrajzolás</li> <li>• Térfogat számítás</li> <li>• Pitagorasz-tétel</li> <li>• Arányok ismerete</li> </ul>	mérés, hosszúság, terület, kerület, szög, síkidom, négyzet, téglalap, trapéz, háromszög, kör, százalék, racionális szám, természetes szám, térfogat, átló, Pitagorasz-tétel, arány, egyenes arányosság, méretarány
<b>Falazási munkák</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Anyagszámítás</li> <li>• Habarcskeverés arányai</li> <li>• Téglakötés szabályai</li> <li>• Költségvetés készítés</li> <li>• Téglavágás</li> <li>• Munkavégzés, kalkuláció a</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Mértékegység átváltás, alkalmazás</li> <li>• Térfogatszámítás</li> <li>• Egyenesarányosság</li> <li>• Síkidomok terület, kerület számítása</li> </ul>	mérés, hosszúság, terület, százalék, racionális szám, arány, egyenes, fordított arányosság, méretarány, kerekítés, téglatest, téglalap, adat, gúla, kúp, hasáb, henger,



	<ul style="list-style-type: none"> <li>munkaidőre</li> <li>• Oromfal készítése</li> <li>• Hőátbocsátási tényező</li> <li>• Szerszám használat</li> <li>• Optimális anyaghasználat</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Számológép használat</li> <li>• Racionális számokkal való műveletvégzés</li> <li>• Algoritmikus gondolkodás</li> <li>• Százalékszámítás</li> <li>• Problémamegoldás</li> <li>• Szögek ismerete</li> <li>• Szakrajzolás</li> <li>• Munkavégzéses feladat típusok</li> <li>• Becslés és kerekítés</li> <li>• Szövegértelmezés</li> <li>• Adat kiemelés</li> <li>• Egyszerű testek</li> </ul>	
<b>Vakolás</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Költségvetés készítés</li> <li>• Anyagszámítás</li> <li>• Optimális anyaghasználat</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Síkidomok terület és kerület számítása</li> <li>• Munkavégzéses feladat típusok</li> <li>• Racionális számokkal való műveletvégzés</li> <li>• Mértékegység átváltás, alkalmazás</li> <li>• Térfogatszámítás</li> <li>• Szakrajzolás</li> <li>• Szövegértelmezés</li> <li>• Adat kiemelés</li> </ul>	mérés, hosszúság, terület, százalék, racionális szám, adat
<b>Nyílásáthidalások</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Költségvetés készítés</li> <li>• Anyagszámítás</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Síkidomok terület, kerület számítása</li> </ul>	terület, egyenes arányosság, kör, átmérő, sugár, négyzet, téglalap, térfogat

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Boltív szerkesztés</li> <li>• Hőátbocsátási tényező számítása</li> <li>• Szerszám használat</li> <li>• Optimális anyaghasználat</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Szerkesztés</li> <li>• Racionális számokkal való műveletvégzés</li> <li>• Szakrajzolás</li> <li>• Mértékegység átváltás, alkalmazás</li> </ul>	
<b>Koszorú és földemlak építése</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Vasalat készítés</li> <li>• Zsaluzat készítés</li> <li>• Költségvetés készítés</li> <li>• Anyagszámítás</li> <li>• Optimális anyaghasználat</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Szakrajzolás</li> <li>• Méretarány</li> <li>• Síkidom közelítő becslés</li> <li>• Százalékszámítás</li> <li>• Racionális számokkal való műveletvégzés</li> <li>• Kör és kapcsolatos fogalmak</li> <li>• <math>1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ l}</math></li> <li>• Algoritmikus gondolkodás</li> </ul>	arány, térfogat, test, hosszúság, kör, sugár, átmérő, természetes szám,
<b>Betonzási munkák</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Zsaluzat készítés</li> <li>• Lejtés számítások</li> <li>• Költségvetés készítés</li> <li>• Anyagszámítás</li> <li>• Optimális anyaghasználat</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Mértékegység átváltás, alkalmazás</li> <li>• Síkidomok terület, kerület számítása</li> <li>• Számológép használat</li> <li>• Szögek ismerete</li> <li>• Képletbe helyettesítés</li> <li>• Síkidom közelítő becslés</li> <li>• Százalékszámítás</li> <li>• Racionális számokkal való műveletvégzés</li> </ul>	mérés, hosszúság, terület, kerület, szög, síkidom, négyzet, téglalap, trapéz, háromszög, kör, százalék, racionális szám, természetes szám, térfogat, átló, pitagorasz tétel, arány, egyenes arányosság, méretarány, szinusz, koszinusz, kör, átmérő, sugár

		<ul style="list-style-type: none"> <li>• Szakrajzolás</li> <li>• Térfogat számítás</li> <li>• Pitagorasz tétel</li> <li>• Négyzetgyökvonás</li> <li>• Arányok ismerete</li> <li>• Szögfüggvények ismerete</li> <li>• <math>1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ l}</math></li> <li>• Algoritmikus gondolkodás</li> </ul>	
<b>Víz és hőszigetelések készítése</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Tervezés</li> <li>• Átfedés számítás</li> <li>• Vízorr kialakítása</li> <li>• Optimális anyaghasználat</li> <li>• Költségvetés készítés</li> <li>• Anyagszámítás</li> <li>• Hőátbocsátási tényező számítás</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Mértékegység átváltás, alkalmazás</li> <li>• Síkidomok terület, kerület számítása</li> <li>• Számológép használat</li> <li>• Szögek ismerete</li> <li>• Százalékszámítás</li> <li>• Egyenes arányosság</li> <li>• Képletbe való behelyettesítés</li> <li>• Racionális számokkal való műveletvégzés</li> </ul>	mérés, hosszúság, terület, kerület, szög, síkidom, négyzet, téglalap, trapéz, háromszög, kör, sugár, százalék, racionális szám, természetes szám, térfogat,
<b>Építőipari költségvetés</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Adószámítás</li> <li>• Anyagszámítás</li> <li>• Munkaidő számolás</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Diagram és táblázatkezelés</li> <li>• Számológép használat</li> <li>• Mértékegység átváltás, alkalmazás</li> <li>• Racionális számokkal való műveletvégzés</li> </ul>	mérés, hosszúság, terület, százalék, racionális szám, természetes szám, térfogat,

		<ul style="list-style-type: none"> <li>• Együttes munkavégzéssel kapcsolatos feladatok</li> </ul>	
<b>Nyílászárók</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Hőátbocsátási tényező számítás</li> <li>• Nyílászáró kitűzése</li> <li>• Nyílászáró méretei</li> <li>• Költségvetés készítés</li> <li>• Anyagszámítás</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Képletbe való behelyettesítés</li> <li>• Mértékegység átváltás, alkalmazás</li> <li>• Síkidomok terület, kerület számítása</li> <li>• Számológép használat</li> <li>• Szögek ismerete</li> <li>• Algoritmikus gondolkodás</li> <li>• Racionális számokkal való műveletvégzés</li> </ul>	mérés, hosszúság, terület, kerület, szög, síkidom, négyzet, téglalap,
<b>Kémények</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Költségvetés készítés</li> <li>• Anyagszámítás</li> <li>• Szerszám használat</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Racionális számokkal való műveletvégzés</li> <li>• Algoritmikus gondolkodás</li> <li>• Mértékegység átváltás, alkalmazás</li> </ul>	mérés, hosszúság, terület, kerület, racionális szám, négyzet, algoritmus
<b>Vállalkozási ismeretek</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Költségvetés készítés</li> <li>• Számlairás</li> <li>• Adónemek számításának megértése</li> <li>• Vállalkozói formák</li> <li>• Hitel és befektetések</li> <li>• Biztosítások</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Százalékszámítás</li> <li>• Diagram és táblázatkezelés</li> <li>• Számológép használat</li> <li>• Racionális számokkal való műveletvégzés</li> <li>• Képletbe helyettesítés</li> <li>• Statisztika, adatgyűjtése</li> </ul>	SZJA, HIPA, TB, SZOCHO, KFT, ZRT, részvény, állampapír, kamat, hitel, diagram, biztosítás, százalék,

A táblázatból a következő prioritási sorrendet lehet felírni abból a szempontból, hogy milyen gyakran jelent meg, mint elsajátítandó ismeret. A hatodik témacsoport pedig szorosan nem kapcsolódik a szakmához, de a tantervben szerepelnek, mint elsajátítandó ismeretek.

### **Kulcskompetenciák:**

1.

- Racionális számokkal való műveletvégzés.
- Számológép használat.

2.

- Síkidomok terület, kerület számítása
- Mértékegység átváltás, alkalmazás
- Képletbe helyettesítés
- Százalékszámítás
- Szakrajzolás
- Becslés és kerekítés

3.

- Térfogat számítás
- Arányok ismerete
- Szögek ismerete
- Kör és kapcsolatos fogalmak
- Problémamegoldás

4.

- Diagram és táblázatkezelés.
- Algoritmikus gondolkodás
- Adat kiemelés
- Együttes munkavégzéssel kapcsolatos feladatok
- Egyszerű testek.

5.

- $1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ l}$

- Pitagorasz tétel
- Szerkesztés
- Négyzetgyökvonás
- Statisztika, adatgyűjtése

---

6.

- Halmazokkal műveletek végzése
- Valószínűségi gyakorlatok
- Elsőfokú egyismeretlenes egyenlet megoldás
- Vektorok fogalma
- Hatványozási ismeretek

Kulcsfogalmak<sup>1</sup>:

1. szám, összeadás, kivonás, szorzás, osztás, egyenlő, cm, dm, m, km, dl, l, nap, év, hét, óra, perc, másodperc, kerület, terület, négyzet, téglalap, trapéz, kör, paralelogramma, deltoid, rombusz, háromszög, százalék, mérés felszín, térfogat, szimmetria
  2. grafikon, diagram, hasáb, henger, kúp, gúla
  3. nagyságrend, statisztika, kamat
- 
4. normál alak, halmaz, logikai művelet, valószínűség, függvény, Thalész tétel, hatvány

A táblázat és a prioritási rendszer alapján a következőekben a 2020 NAT szakképzésbeli matematikai tanterv óraszámaira tesztek javaslatot, hogy milyen hangsúlyeltolódások segíthetnének a kőműves szakmát tanuló diákoknak. Emellett a már kifejtett óra többletet is beleszámítom, ami még a tantervben nem szerepel.

---

<sup>1</sup> Itt a negyedik csoport jelöli azt ami az előzőben a hatost.

## 8. Értékelési rendszer bevezetés

Az értekezésem azért volt idáig ennyire részletekbe menő, mert az, hogy a megfelelő célcsoportot feltérképezzük és megismerhessük a rájuk jellemző jegyeket, fontos előfeltétele annak, hogy egy motiváló értékelési struktúrát állítsunk össze számukra. Röviden címszavakban a következők állnak fent a vizsgált diákcsoportra:

- Általános iskolában sok kudarccal szembesülnek a tanulmányaik során.
- Belső motivációjuk a tanulás iránt nem számottevő.
- Magas a hátrányos helyzetű és a tanulási nehézségekkel küzdők száma.
- Matematikai kompetenciákkal hiányosan rendelkeznek.
- Fegyelmezési problémák jellemzőek.
- Nagyon eltérő a diákok matematika tudása.

Ezekre a jellemzőkre kell egy értékelési szisztémát kitalálni, ami motiváló lehet számukra. Véleményem szerint egy gamifikált értékelési rendszer lehet számukra a megfelelő, aminek részleteit bemutatom. A gamifikáció elméleti hátterére nem térek ki a terjedelmi korlátok miatt.

### 8.1 Értékelési rendszer

A hagyományos iskolai keretekbe a kőművesnek tanuló diákok általában nem teljesítettek jól, így a jegyek mint értékelési módtól el kell rugaszkodni és egy olyan pontrendszert mutatok be ami egy sokkal motiválóbb és munkára, tanulásra ösztönző sémán alapszik. Ezt a szisztémát már több különböző környezetben kipróbáltam, mindig a célcsoportra szabva, most pedig a szakképzésben tanuló diákokra mutatok be egy tervezetet. A rendszer egyik legfontosabb alapvetése a sikerélmények szerzése, a pozitív visszajelzések alapján.

## a) Jegyszerzés

A különböző tematikus egységeken belül pontokat gyűjtenek a diákok és a témák végén a ponthatárok alapján kapnak jegyeket. Pontokat a következőkre kaphatnak a diákok.

- dolgozatokra
- órai munkára
- szabadon választható feladatokra
- házi feladatokra

## b) Dolgozatok

A számonkéréseket is alaposan át kell gondolni. Több fontos tényezőt kell figyelembe venni itt:

- diákok szorongásának csökkentése
- sikerélmények szerzése
- rendszeresség és kiszámíthatóság

A dolgozatoknál van egy minimum ponthatár, ami alatt nem teljesítettnek minősül, viszont gyakorlatilag korlátlan javítási lehetőséggel rendelkeznek a diákok, ami nem a matematika órán valósul meg, hanem egy külön órát beszélünk meg erre a lehetőségre. Dolgozatok heti rendszerességgel lesznek és három típust különböztetnek meg:

- **Nagydolgozat:** Klasszikus nevén témazáró. Mindig 100 pont az elérhető maximum és a minimum ponthatár 40 pont. Egész órán írható.
- **Kisdolgozat:** Hasonló a nagydolgozathoz csak kisebb anyagrészt ölel fel. Mindig 50 pont a maximum, a minimum pedig 20 pont.
- **Házidolgozat:** Ebben a számonkérési formában olyan feladatok szerepelnek, ami házi feladat volt, így a diákok számára már ismert. Nagyon jól mérhető itt, hogy kik készíteneik ténylegesen házi feladatot. Mindig 40 pont elérhető a maximum és 20 pont a minimum ponthatár.



### c) Órai munka

Véleményem szerint az egyik legfontosabb része ennek az értékelésnek, hogy az osztály órai munkája 0-5 pontig terjedő skálán értékelve van. Az órai működési szabályzatot közösen, az első órán célszerű kialakítani. A jó viselkedési formát rögtön kiemeljük és plusz ponttal jutalmazzuk és a rossz viselkedést pedig egyből mínusz ponttal értékeljük. Fontos a következetesség és a jó magatartásformák kiemelése a lehető legtöbbször.

### d) Szabadon választható feladatok, tevékenységek

A következő felsorolás azt mutatja be, hogy milyen tevékenységből lehet pontot szerezni még, ezekből egyik tevékenység sem kötelező, mindegyike szabadon választható. A diákok itt érdeklődésüknek és motiváltsági szintüknek megfelelő feladatokat tudnak választani maguknak. A felsorolt lista egy példa tetszőlegesen lehet feladatokkal kiegészíteni, bővíteni. Rengeteg lehetőségünk van kreatívnak lenni, de a helyhiány miatt csak párat sorolok fel. Pontokat csak arányok miatt adok meg helyenként, természetesen lehet ezeket változtatni.

- **Órai feladatok:** Órán különböző tevékenységekért, feladatokért járhat pont.
- **Házi feladat:** Egy digitális felületre (Kréta, Google Classroom) minden óra előtt lehetőségük van feltölteni a házi feladatot. Ha valakinek ez nem , akkor óra után bemutathatja. Előnyös, ha sikerül kialakítani ezt a szokásrendszert, mert így órák előtt meg tudjuk nézni mit sikerült a diákoknak megoldani vagy miben hibáztak és így tudunk az órán reflektálni rá, ha szükséges. Egy házi feladat beküldése 5 pontot ér. Kiemelendő hogy itt ha nem jó a megoldás akkor is 5 pont jár érte.
- **Plusz órai részvétel:** Ha van szaktanárként egy matematika felzárkóztató óránk célszerű átnevezni, általános iskolában én matek plusz órának neveztem fel. Nem érzékelteti azt a gyerekekkel, hogy le vannak maradva és lehet, hogy sokkal szívesebben is járnak emiatt erre. Ha valaki eljön egy ilyen alkalomra és tanul rajta 5 pontot kap érte. Ezeken az órákon lehet lehetőség a dolgozatok eredményein javítani.

- **Rubik kocka:** A Rubik kocka kirakásáért is lehet pontot adni, de itt fontos kiemelni, hogy ne csak a teljes kirakásért járjon pont, hanem bizonyos algoritmusok elvégzése után is, például elsőnek a fehér kereszt kirakásáért. Valószínűleg sok kőművesnek tanuló diáknak nincs Rubik kockája ezért célszerű lehet iskolai keretek között a könyvtári szabályokhoz hasonlóan bérleti lehetőséget biztosítani.
- **Szakmai számítások:** A diákoknak minden témában kaphatnak szakmai feladatokat, amiket plusz feladatként elvégezhetnek 10 pontért. Fontos, hogy szóban is meg kell nyilvánulnia a feladatról, így a másolásokat tudjuk minimalizálni.

## 9. Szempontok a matematika oktatás felépítésére

A szakdolgozatom második nagyobb gondolati egysége konkrét matematika oktatási struktúra felépítéssel foglalkozik. A kőműves képzésben a matematika tanmenetek és óratervek egy lehetséges megvalósítását fogom bemutatni, lehetőleg minél jobban figyelembe véve az itt tanuló diákok igényeit. Az értékelési rendszernél összegeztem pár gondolatot, ami formálta azt a struktúrát, ami itt is ugyanúgy elmondható, ezért nem ismétlem el ezeket a gondolatokat.

### Tanmenet

A tanmenet tervezésekor a diákok egyedi igényei (szakmai és egyéni szempontok) mellett a 2020 NAT ide vonatkozó részletét vettem figyelembe, annak az ellentmondásával, hogy a legújabb szakképzési reform keretében több matematika óra van, mint ami a tantervben szerepel, fentebb ezt a problémát már említettem. A 9. osztályosokét fogom részletezni. Dőlt betűkkel egészítem ki a kerettantervet a plusz óraszámokkal, mivel az egész képzés során 66 százalékkal több matematika óra áll, mint amit az alaptanterv leír. A 9. osztályban így 72 óra áll rendelkezésre.

A kerettanterv kiegészítésekkel (NAT, 2020):

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>Számтан, algebra</b>	<b>Órakeret 10 + (5) óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Elemi számolás, alpműveletek, tízes számrendszer, algebrai kifejezés, képlet behelyettesítési értéke, zsebszámológép használata.	
<b>A komplex műveltség-területhez kapcsolható</b>	A tájékozódás fejlesztése a világ mennyiségi viszonyaiban. Megismeréshez szükséges képességek fejlesztése (tapasztalat, képzelet, emlékezés, gondolkodás, rendszerezés, ismerethordozók használata). Problémakezelés és -megoldás fejlesztése. A kreativitás	

<b>fejlesztési feladatok</b>	(adott feltételek szerinti) fejlesztése. Akarati, érzelmi, önfejlesztő képességek fejlesztése, az együttéléssel kapcsolatos értékek erősítése (kommunikáció, együttműködés, motiváltság, önszabályozás, énkép).
<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>	
<p>A racionális számok írása, olvasása, összehasonlítása.  A tízes számrendszer használata, ábrázolás számegyenesen, alpműveletek, hatványozás (10 hatványai) elvégzése, négyzetgyökvonás (számológéppel).  Algebrai kifejezések (összevonás), képletekbe behelyettesítés (képletgyűjtemények használata).  Pontosság (hibahatár), nagyságrend, becslés, kerekítés.</p> <p>Törekvés az/ önálló, aktív munkára, kreativitásra, kommunikációra, kooperációra.  Eredmények korrekt szöveges megfogalmazása.  Matematikai ismeretek helyes alkalmazása gyakorlati problémákban: logikus, fegyelmezett, mérlegelő gondolkodás.  Növekvő igény az önellenőrzésre.  Fogalmak, szakkifejezések felismerése.  Zsebszámológép használata.</p>	
<b>Kulcsfogalmak</b>	Szám, alpművelet, hatvány, négyzetgyök, azonosság, normál alak, pontosság (hibahatár), számegyenes, számhalmazok.

Az összeállított tanmenet:

Óra sorszám	Ismeretek/fejlesztési követelmények
1.	<i>Matematika órák szabályainak megalkotása, célok kitűzése és ismerkedés</i>
2.	<i>Értékelési struktúra megismertetése. A számok csoportosítása halmazábrával támogatva.</i>
3.	Számok sorba állítása, ábrázolása számegyenesen és nagyságviszonyok meghatározása.

4.	Alapműveletek, számológép használat. Műveletek sorrendje.
5.	Tört számok 1.
6.	Tört számok 2.
7.	Tört számok 3.
8.	Tört számok 4.
9.	A 10 hatványainak megismerése.
10.	Négyzetgyökvonás számológéppel. Függvénytábla használata
11.	Kerekítés, becslés
12.	Kerekítés, becslés 2
13.	Algebrai kifejezések, behelyettesítés, összevonás I
14.	Algebrai kifejezések, behelyettesítés, összevonás II.
15.	Témazárás

A kerettanterv kiegészítésekkel (NAT, 2020):

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Gondolkodási módszerek, halmazok, kombinatorika, valószínűség, statisztika	Órakeret 18 +(3) óra
Előzetes tudás	Elemi szinten a halmaz, a grafikon, a szöveges feladat, a valószínűség fogalmának felismerése. Alapfokú számolási készség, egyszerű, rövid szövegek értő olvasása. Tájékozódás a számegyenesen (racionális számkör).	
A komplex műveltség-területhez kapcsolható fejlesztési feladatok	A tájékozódás fejlesztése a világ mennyiségi viszonyaiban, a térben és az időben. Megismeréshez szükséges képességek fejlesztése (tapasztalat, képzelet, emlékezés, gondolkodás, rendszerezés, ismerethordozók használata). Problémakezelés és -megoldás fejlesztése. A kreativitás fejlesztése (adott feltételek szerint). Akarati, érzelmi, önfejlesztő képességek fejlesztése, az együttéléssel kapcsolatos értékek erősítése (kommunikáció, együttműködés, motiváltság, önszabályozás, énkép).	
<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>		
<p>Halmazokkal kapcsolatos műveletek végzése (elem, válogatás, ábrázolás).            Grafikon, diagram, koordináta-rendszer – értelmezés, tájékozódás, ábrázolás.            A nyelv logikai elemeinek felismerése a matematikában (összehasonlítás, viszonyítás, rendezés, relációk, műveletek: és, vagy, ha - akkor, minden, van olyan, nem minden, egyik sem, nem).            Feltétel, előzmény, következmény felismerése, alkalmazása egyszerű esetekben.            Szövegértelmezés gyakorlati feladatokban (adatok kiválasztása, lejegyzése, becslés, kiszámítás, ellenőrzés).            A valószínűség gyakorlati fogalmának megismerése („biztos”, „lehet, de nem biztos”, „lehetetlen”), valószínűségi játékok, problémák.            Problémamegoldási módszerek gyakorlása (próbálgatás; következtetés, sejtés, szabályosságok, lehetőségek kipróbálása, ellenpélda szerepe).            Statisztika a hétköznapi életben (adatgyűjtés, mintavétel).</p> <p>A fogalmak felismerése, alkalmazása hétköznapi, tantárgyi, gyakorlati előfordulásaikban.            Aktív, kreatív munkavégzés, a kommunikáció, kooperáció javuló szintje.            Az eredmények korrekt, szöveges megfogalmazása.            Logikus, fegyelmezett, mérlegelő gondolkodás.            Közelítő fejből számolás, becslés (nagyságrend).            Az önellenőrzés igénye, alkalmazása.            Ismerethordozók kezelése, tudatos használata.</p>		
Kulcsfogalmak	Halmaz, számegyenes, pontosság (hibahatár), nagyságrend, koordináta-rendszer, grafikon, diagram, logikai művelet, statisztika, valószínűség.	

Az összeállított tanmenet kiegészítésekkel:

Óra sorszáma	Ismeretek/fejlesztési követelmények
1.	Halmazok, ábrázolása
2.	Halmazok elemszáma
3.	Halmaz műveletek: unió, metszet,
4.	<i>Halmaz műveletek gyakorlás</i>
5.	A nyelv logikai elemeinek felismerése
6.	Logikai műveletek: és vagy, ha akkor,
7.	Szöveges feladatok, adatok kiválasztása
8.	Szöveges feladat megoldásának lépései
7.	Valószínűség fogalma, biztos, lehetetlen, lehet, de nem biztos
8.	<i>Valószínűségi játékok</i>
9.	<i>Valószínűségi játékok</i>

10.	Statisztika a mindennapi életben
11.	Statisztikai adatok előállítás
12.	Statisztikai adatok elemzése, átlag, terjedelem
13.	A statisztikák korlátai
14.	Oszlopdiagram készítése, értelmezése
15.	Kördiagram készítése, értelmezése
16.	Probléma-megoldási módszerek, próbálgatás, sejtés
17.	Probléma-megoldási módszerek, következtetés, ellenpélda
18.	A statisztika és valószínűség kapcsolata
19.	Témazárás



A kerettanterv (NAT, 2020):

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	A geometria alapjai	Órakeret 18 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Alapfokú tájékozódás a térben, egyszerű alakzatok és testek felismerése, elemi mérés (vonalzó, szögmérő, mérőszalag), vázlatos rajzolás, derékszögű koordináta-rendszer ismerete, képletgyűjtemény használata.	
<b>A komplex műveltség-területhez kapcsolható fejlesztési feladatok</b>	A tájékozódás fejlesztése a világ mennyiségi viszonyaiban, a térben és az időben. Megismeréshez szükséges képességek fejlesztése (tapasztalat, képzelet, emlékezés, gondolkodás, rendszerezés, ismerethordozók használata). Problémakezelés és -megoldás fejlesztése. A kreativitás fejlesztése (adott feltételek szerint). Akarati, érzelmi, önfejlesztő képességek fejlesztése, az együttéléssel kapcsolatos értékek erősítése (kommunikáció, együttműködés, motiváltság, önszabályozás, énkép). A matematika épülésének bemutatása (geometria története: a földmérés gyakorlati szükségességéből).	
<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>		
<p>Alapvető geometriai fogalmak ismerete (sík és tér, pont, egyenes, félegyenes, szakasz, távolság, szög, párhuzamosság, merőlegesség, síkidomok és térbeli testek).</p> <p>Háromszög, négyszög, sokszög, kör felismerése, tulajdonságai megállapítása (Thalész-tétel). Tulajdonságok, szabályosság, szimmetria felismerése, alkalmazása egyszerű esetekben. Derékszögű háromszög adatai, Pitagorasz-tétel (oldalak és szögek kapcsolata – szögfüggvény).</p> <p>Egybevágóság, hasonlóság felismerése, alkalmazása egyszerű következtetéseken.</p> <p>Mérés (módszerek, mértékegységek alkalmazása), kerület, terület (gyakorlati pl.) kiszámítása.</p> <p>Egyszerű testek fajtáinak felismerése (gúla, kúp, hasáb, henger, gömb).</p> <p>Alapadatokból terület, térfogat becslése, képletgyűjteménnyel kiszámolása.</p> <p>Vektorok fogalma.</p> <p>(Szak)rajz, ábra olvasása, értelmezése.</p> <p>Geometriai problémák vázlatos ábrázolása, modellezése.</p> <p>Geometriai ismeretek használata gyakorlati problémákban.</p> <p>Kreativitás, kommunikáció, kooperáció, önismeret fejlődése.</p> <p>Az eredmények korrekt szóveges megfogalmazása.</p> <p>Logikus, fegyelmezett, mérlegelő gondolkodás.</p> <p>Közelítő fejszámolás, becslés (nagyságrend), pontosság (hibahatár).</p> <p>Az önellenőrzés igénye, rutinszerű alkalmazása.</p> <p>Ismerethordozók kezelése, tudatos használata.</p>		
<b>Kulcsfogalmak</b>	Sík, tér, szög, síkidom, test, mérés, kerület, terület, térfogat, felszín, szimmetria, síkidom, nevezetes alakzatok.	

Az összeállított tanmenet:

Óra sorszáma	Ismeretek/fejlesztési követelmények
1.	Alapvető geometriai fogalmak 1. (sík, tér, pont, egyenes, félegyenes)
2.	Alapvető geometriai fogalmak 2. (szakasz, távolság, szög, párhuzamos, merőleges)
3.	Háromszög felismerése, tulajdonságai
4.	Nevezetes négyszögek 1.
5.	Nevezetes négyszögek 2.
6.	Derékszögű háromszög
7.	Pitagorasz-tétel 1.
8.	Pitagorasz-tétel 2.
7.	Egybevágóság és a hasonlóság
8.	Mértékegységek a geometriában
9.	Kerület számítás

10.	Terület számítás 1.
11.	Terület számítás 2.
12.	Egyszerű testek fajtái és tulajdonságai 1.
13.	Egyszerű testek fajtái és tulajdonságai 2.
14.	Térfogatszámítás 1.
15.	Térfogatszámítás 2.
16.	Felvínszámolás 1.
17.	Felvínszámolás 2.
18.	Szakrajzolás, értelmezés, szakmai példák
19.	Szakrajzolás, értelmezés, szakmai példák
20.	Témazáró

A kerettanterv (NAT, 2020):

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Függvények, sorozatok, egyenletek, algoritmus	Órakeret 18 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Számolás racionális körben, számegyenes, koordinátarendszer.	
<b>A komplex műveltség-területhez kapcsolható fejlesztési feladatok</b>	A tájékozódás fejlesztése a világ mennyiségi viszonyaiban, a térben és az időben. Megismeréshez szükséges képességek fejlesztése (tapasztalat, képzelet, emlékezés, gondolkodás, rendszerezés, ismerethordozók használata). Problémakezelés és -megoldás fejlesztése. A kreativitás fejlesztése (adott feltételek szerint). Akarati, érzelmi, önfejlesztő képességek fejlesztése, az együttéléssel kapcsolatos értékek erősítése (kommunikáció, együttműködés, motiváltság, önszabályozás, énkép).	
<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>		
<p>Egyes gyakorlati összefüggések matematikai modelljének megalkotása (egyenes arányosság, táblázat, képlet, függvény, ábra).</p> <p>Elsőfokú egyismeretlenes egyenletre vezető szöveges feladat megoldása.</p> <p>Algoritmusok felismerése, alkalmazása, pl. sorozatok, számtani sorozat, mértani sorozat, kamatszámítás.</p> <p>Arányos mennyiségek, fordított arány, százalék, százalékszámítás alkalmazása játékos, beugratós, gyakorlatias feladványokban.</p> <p>Önálló, aktív munka, kreativitás, kommunikáció és kooperáció javuló szintje.</p> <p>Többféle megoldási út keresése.</p> <p>Az eredmények korrekt, szöveges megfogalmazása.</p> <p>Az ismeretek helyes alkalmazása gyakorlati problémákban.</p> <p>Logikus, fegyelmezett, mérlegelő gondolkodás.</p> <p>A helyes megoldások számának keresése (mikor lehet több is?).</p> <p>Önellenőrzés igénye, rutinszerű alkalmazása.</p> <p>Ismerethordozók kezelése, tudatos használata.</p>		
<b>Kulcsfogalmak</b>	Százalék, sorozat, függvény, egyenlet, definíció (képlet, szabály), grafikon, táblázat, diagram, algoritmus, kamat.	

Az összeállított tanmenet:

Óra sorszáma	Ismeretek/fejlesztési követelmények
1.	Koordináta-rendszer alapfogalmai
2.	Pontok a koordináta-rendszerben
3.	Pontok a koordináta-rendszerben 2
4.	Egyenes arányosság
5.	Egyenes arányosság ábrázolása koordináta-rendszerben
6.	Egyenes arányosság szóveges feladat
7.	Elsőfokú egyenlet megoldása
8.	Elsőfokú egyenlet, szóveges feladat
9.	Elsőfokú egyenlet, szóveges feladat 2.
10.	Sorozatok bevezetése, számtani sorozat
11.	Mértani sorozat

12.	Kamatszámítás
13.	Kamatszámítás 2
14.	Fordított arányosság
15.	Százalékszámítás
16.	Százalékszámítás 2
17.	Százalékszámítás 3
18.	Témazáró

## 10. Órai tevékenységek:

A fentebb ismertetett tanmenethez illeszkedő feladat javaslataimnál, a felvázolt problémákra reflektáló tevékenységeket tervezek. Figyelembe veszem azokat a megállapításokat, ami az értekezésem első felében kerültek meghatározásra, és emellett a szakmai fejlődésüket is előtérbe helyezem. Célom az órákkal, feladatokkal egy olyan tanulási környezetet létrehozni, ahol a diákok sikerélményt tudnak szerezni és a belső motiváció megszerzésére van lehetőségük. Ezért a projektalapú gondolkodás, élménypedagógiai elemek és a játékok előnyt élveznek az órai feladatok kiválasztásánál. A feladatok ismertetése után pedig bemutatom egy-kettőnél a lehetséges megoldásokat, hogy helyezném el a tanmenetbe és hogy milyen kompetenciaterületeket fejleszt a tevékenység. Az összes feladatot nem oldom meg, mivel a megoldásuk egyértelmű, és csak a területi lehetőségeket korlátozná.

### 10.1 Matematikai játékok

A játékokkal a hagyományos matematika órákat nagyon jól lehet színesíteni, a diákok tanulási attitűdjére pozitívan hatást tud kiváltani. A gyengébb tanulók is könnyebben tudnak jó teljesítményt elérni, ezért hasznosan tudnak részt venni a csoportjukban. Következőkben egy-két játékot mutatok be, amiket a tanmenetben elhelyezek utána.

#### **Nim-játék**

Ennek a logikai játéknak számos változata ismert. A lényege az, hogy egyező tárgyak több kupacba vannak elhelyezve és a kupacok száma bármennyi lehet. A két résztvevő felváltva húzhat a kupacokból, azzal a megkötéssel, hogy egyszerre csak az egyik csoportosításból legalább egyet kell húznia. Annak sikerül nyerni, aki az utolsó tárgyat sikeresen elveszi. Az egy kupacos játék esete triviális, utána a legegyszerűbb változata, ahol kettő felé csoportosítjuk a tárgyakat.

#### **Megoldás, nyerési stratégia két kupacra**

Amikor kétfelé csoportosítjuk a tárgyakat, annak a játéknak a nyerő stratégiája egyszerűen felvázolható. Ha a kupacokban különböző számú elem van akkor az első játékos tud nyerni úgy, hogy törekszik arra, hogy a két csoportosításban ugyanannyi tárgy legyen. Az ellenfélnek pedig egyet el kell venni minimum a kupacokból, így az egyenlőséget ő nem tudja tartani. A kezdő játékosnak innentől kezdve csak az a feladata, hogy megegyező számú tárgyat vegyen el a másik kupacokból és végül csak ő tudja elérni azt, hogy ő vegye el az utolsó darabokat. Viszont, ha szeretnénk bővíteni a csoportosítások számát és arra felállítani egy nyerő stratégiát, akkor már nehezebb dolgunk van, ennek bemutatására több definícióra és tételre lesz szükségünk. (Végh, Király, & Pap, 2024)

### Megoldás, nyerési stratégia n kupacra

**Definíció, nim összeadásra:** Legyen adott a nem negatív egész számok halmaza és definiáljuk úgy a nim összeadást azon, hogy azok elemeit adjuk kettes számrendszerbeli alakjukban össze modulo 2, így lényegében nem számítva a helyiértékeken adódó maradékokat.

Például:  $49 \oplus 27 = 40$ , mert  $110011_2 + 11011_2 = 101100_2$

$$\begin{array}{rcccccc} & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ \oplus & & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ \hline & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

Másképpen értelmezve:

**Definíció:** Legyen  $F_2$  kételemű test és legyen  $F_2^\infty$  ennek végtelen diszkrét direktszorzata, azaz, az a végtelen dimenziós vektortér, ahol a 0 és az 1 koordináták találhatóak meg benne, és az 1-es koordináta véges sokszor szerepel.

Határozunk meg egy kölcsönös egyértelmű megfeleltetést a természetes számok és  $F_2^\infty$  között: a számot írjuk fel kettes számrendszerben jobbról balra. Utána tekintsük azt a végtelen hosszú vektort melynek első koordinátái megegyeznek a fordított kettes számrendszerbeli alakjának számjegyeivel és ezeket pedig végtelen sok nulla egészíti ki. Ez a megfeleltetés egyértelmű  $N$  és



$F_2^\infty$  összes eleme közt, mert egy szám egyetlen vektorral feleltethető meg, azaz  $n = \sum_{i=0}^{\infty} a_i \cdot 2^i$ , ahol  $a_i = 0$  vagy  $1$ , akkor az ehhez rendelt vektorok  $(a_0, a_1, a_2, \dots)$ .

**Tétel:** A nim-összeadás kommutatív csoport, azaz Ábel csoportot alkot.

**Bizonyítás:** A vektorösszeadás kommutatív csoport és az előző gondolatmenetben egyértelmű megfeleltetés látható az  $F_2^\infty$ -beli végtelen hosszú vektorok összeadása és a nim-összeadás között, ezért a nim-összeadásra is igaz az, hogy Ábel-csoportot alkot.

**Állítás:** Minden  $a \oplus a = 0$ .

**Bizonyítás:** Ha nim szerint adunk össze kettes számrendszerben, két megegyező számot, akkor a 0 és az 1 számjegyek azonos helyiértékeken találhatóak meg. Ha elvégezzük az összeadást minden helyiértéken 0 lesz eredményül.

**Állítás:** Az  $a$  és  $b$  tetszőleges nemnegatív egészekre fennál:  $0 \leq a \oplus b \leq a + b$ .

A  $\text{Nim}(a_1, a_2, \dots, a_n)$  jelölés vezessük be arra, hogy  $n$  kupacos a játékunk és az  $a_1, a_2, \dots, a_n$  pedig jelölje a különböző csoportok elemszámát.

**Tétel:** Legyen adott egy  $\text{Nim}(a_1, a_2, \dots, a_n)$  játék, ahol a nim összege a csoportoknak nem nulla, ekkor biztosan létezik olyan játékbeli lépés, hogy azután kapott  $\text{Nim}(a_1', a_2', \dots, a_n')$  játéknál, a csoportok nim összege 0-val egyenlő.

**Bizonyítás:** A kupacok elemszámát adjuk meg kettes számrendszerben és ezután adjuk őket össze nim-összeadás szerint. A bizonyítás célja az, hogy az összeg végeredményét 0-ra tudjuk módosítani, egy olyan változtatással, ami megfelelhető egy játékbeli lépéssel. Először ehhez találjuk meg azt a legnagyobb helyiértéket, ahol páratlan számú egyes szerepel az oszlopban, ebből következik, hogy a nim-összegben is egyes fog szerepelni. Ebből az oszlopból válaszuk ki az egyiket, legyen az  $a_j$ . Ebben a sorban lévő számokat úgy változtassuk meg, hogy a nim-összeadás eredménye 0 legyen, ezért áttérünk egy  $\text{Nim}(a_1, a_2, \dots, a_n)$

játékról egy  $\text{Nim}(a_1', a_2', \dots, a_n')$  játékra. Már csak azt kell belátni, hogy az előbbi változtattass megfelelő egy játékbéli lépéssel, azaz egy csoport számát csökkentettük. A sorok egy csoport elemszámát jelöli így, ha egy sort módosítunk, akkor egy csoportot fogunk változtatni. Belátni azt, hogy ez a változás csökkentés lesz sem nehezebb, mivel a legnagyobb helyiértékű  $(k)$  1-es számot lecseréljük 0-ra, akkor a mögötte lévő változtatások után maximum  $k-1$  darab 1-es állhat, ami 10-es számrendszerbeli értéke legfeljebb  $2^k - 1$ , mert  $1 + 2 + 4 + \dots + 2^{k-1} = 2^k - 1$ . Így beláttuk, hogy egy kupacot csökkentettük.

**Tétel:** Legyen adott egy  $\text{Nim}(a_1, a_2, \dots, a_n)$  játék, ahol a csoportok nim összege 0, akkor bármilyen játékbéli lépés után az újonnan kapott  $\text{Nim}(a_1', a_2', \dots, a_n')$  játék nim összege nem lesz egyenlő 0-val.

**Bizonyítás:** Az előző bizonyításból lényegéből következik ez is, mivel ha csak úgy lehet 0 nim-összeg, ha páros számú egyes van az összes helyiértéken és egy lépés után nem tudunk még egyszer 0 összeget kapni, mert egyet kötelezően meg kell változtatni, így lesz egy oszlop amiben biztosan lesz páros számú egyes, így nem lesz a nim-összeg 0.

**Nyerő stratégia:** A fentiek miatt az első játékos akkor tud nyerni, ha a kezdő csoportok elemszámának nim-összege nem 0.

**Bizonyítás:** Mivel a csoportok elemszámának nim-összege nem 0, így a kezdő játékos 0-ra tudja változtatni a nim-összeget, az utolsó előtti tétel miatt, és a másik játékos már nem tudja 0-n hagyni az utolsó tétel miatt. Ezért a kezdő játékosnak minden körbe csak 0-n kell hoznia a nim-összeget, addíg míg eléri hogy az utolsó tárgyat felvegye, ami szintén 0 összeg, amit ha végig jó stratégiával játszott csak a kezdő játékos érhet el (Végh, Király, & Pap, 2024).

### **Órai tevékenység elhelyezése a tanmenetben**

Ezt a tevékenységet a második tematikus egységbe helyezném el, a logika című óránál. A célom ezzel a játékkal az lenne, hogy a diákok jól érezzék magukat, és utána a kétkupacos játék nyerő stratégiájára rájöjjenek csoportban

saját maguk, segítő kérdésekkel, ha szükséges. Azért választottam ezt a feladatot mivel a kétkupacos nyerő stratégiája viszonylag egyszerű, így a felfedezés élményét véleményem szerint többen eltudják érni.

### **Kompetencia fejlesztés**

A matematikai játékok számos ponton segítenek a matematika tanároknak, fejleszti a diákok problémamegoldási készségét, motiválja őket (Ernest, 1986), szociális készségeiket fejleszti (Koay, 1996), támogatja a differenciálást (Kim, Chang, & Deater-Deckard, 2017) és kapcsolatot létesít az iskola és az otthoni környezet mellett (Russo, Russo, & Bragg, 2018). Így mindenféleképpen érdemes kihasználni az ez mögött álló lehetőségeket.

### **Pontfaló a koordinátarendszerben**

A játékot kettő-négy játékos játszhatja kényelmese. A feladathoz szükséges eszközök: két dobókocka, ami megkülönböztethető (x és y koordinátákhoz), játékosoknak különböző színű ceruza, koordinátarendszer, ahol mind a 4 irányba 6 egység van ábrázolva.

A játékban a következőképpen kell egy fordulóját lejátszani: Az első játékos mindkét dobókockával dob és eldönti, hogy milyen előjellel tekinti a számokat. Ezután a kockával dobott számokkal jelölt pontot megjelöli a koordinátarendszerben, ez lesz a kiindulási pont. A második dobás után, újra dobnak és meghatározzák a számok előjelét és hozzáadják az előző pont koordinátájához (Kim, Chang, & Deater-Deckard, 2017). A játék lényege, hogy a játéktérről nem lehet kilépni és már olyan pontokra sem lehet, ahol már egyszer voltak a játék során. Az veszít, aki már nem tud a játéktéren szabad helyre lépni. (Takács, 2024)

### **Órai tevékenység elhelyezése a tanmenetben**

A 9. évfolyamon a koordináta-rendszerrel kapcsolatos órák nincsenek a tanmenetben, így 10. osztályra jön elő ez a tanulandó téma, így pontosan nem térek ki rá, mivel csak a 9.-es tanmenetre tértem ki.

## Kompetencia fejlesztés

Az előbb ismertetett matematikai játék számos kompetenciát fejleszthet a diákoknál: A koordináta-rendszer és abban a pontok értelmezése, pozitív és a negatív számok értelmezése és a velük való műveletvégzés, koordináta-rendszerben való mozgás, stratégiaalkotás és területgazdálkodás. Ezek a területek mind hozzájárulnak a matematikai gondolkodás fejlesztéséhez.

## Törtek legóval

A szakképzésben részt vevők tört fogalma, a már ismertetett felmérés eredményére alapozva, nem megfelelően kialakult, így célszerű nem a hagyományos tankönyvi megközelítést alkalmazni mivel már a diákoknál ez egyszer nem működött valamilyen oknál fogva. Ennek a motivációjára kerestem egy olyan modellt, amit a diákok ismernek és segítségével könnyebben el tudják sajátítani a témakört, így esett a választásomra a legóra. A legózás a diákok közt nagy siker szokott lenni általános iskolában, véleményem szerint 9. osztályban is motiváló hatása lehet a diákok körében. (Takács, 2024)

### 1. Feladat

A 2x4 lego elem jelentse az egészt. Találd meg melyik lego elemek lehetnek az egész  $\frac{1}{2}$ ;  $\frac{1}{4}$ ;  $\frac{1}{8}$  részei!

### 2. Feladat

A 2x4 lego elem jelentse az egészt. Találd meg melyik lego elem lehet az egész  $\frac{3}{4}$  része és hogyan lehet kirakni ezt abból az elemből, ami  $\frac{1}{4}$  rész volt.

### 3. Feladat

A 2x4 lego elem jelentse az egészt. Keresd meg azokat az elemeket, ami  $\frac{2}{8}$  és  $\frac{3}{8}$  részét jelenti. Ez a két elem együtt hányadrészét képezi az egésznek?

### 4. Feladat

A 2x4 lego elem jelentse az egészt. Keresd meg azokat az elemeket, ami  $\frac{3}{8}$  és  $\frac{1}{8}$  részét jelenti. Ez a két elemet kivonjuk egymásból, az mekkora részét képi az egésznek?

### 5. Feladat

A 2x8 lego elem jelentse az egészt. Keresd meg azokat az elemeket, ami  $\frac{1}{16}$ ,  $\frac{1}{8}$ ,  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{2}$  részét jelenti. Ezekből az elemekből építs az egészszel egyenlőket!

### Órai tevékenység elhelyezése a tanmenetben

Az ismertetett tevékenységet az első tematikusegységben helyezném el a törtszámok I. óráját erre használnám fel, és akár a másik kettőt is fel lehet fűzni erre a modellezésre. Ha marad idő, akkor a szabad játékot is lehet alkalmazni a meglévő elemekből.

### Kompetencia fejlesztés

Alapvetően a lego természetéből adódóan többféle kompetenciát fejleszt a diákoknál. Ami számomra még fontosabb, hogy többféle megoldást tudnak adni a feladatoknak, így ez a kreativitást és a problémamegoldást nagymértékben elősegíti. A pozitív élményekkel való tanítás, segíti a tanulók tanulási folyamatban való elköteleződésüket (Fehér & Fodor, 2020), ezt használnám ki ennél a témakörnél is, mert a legora a legtöbb diák jókedvvel gondol vissza a gyermekkorából.

## 10.2 Statisztika a vállalkozásokban

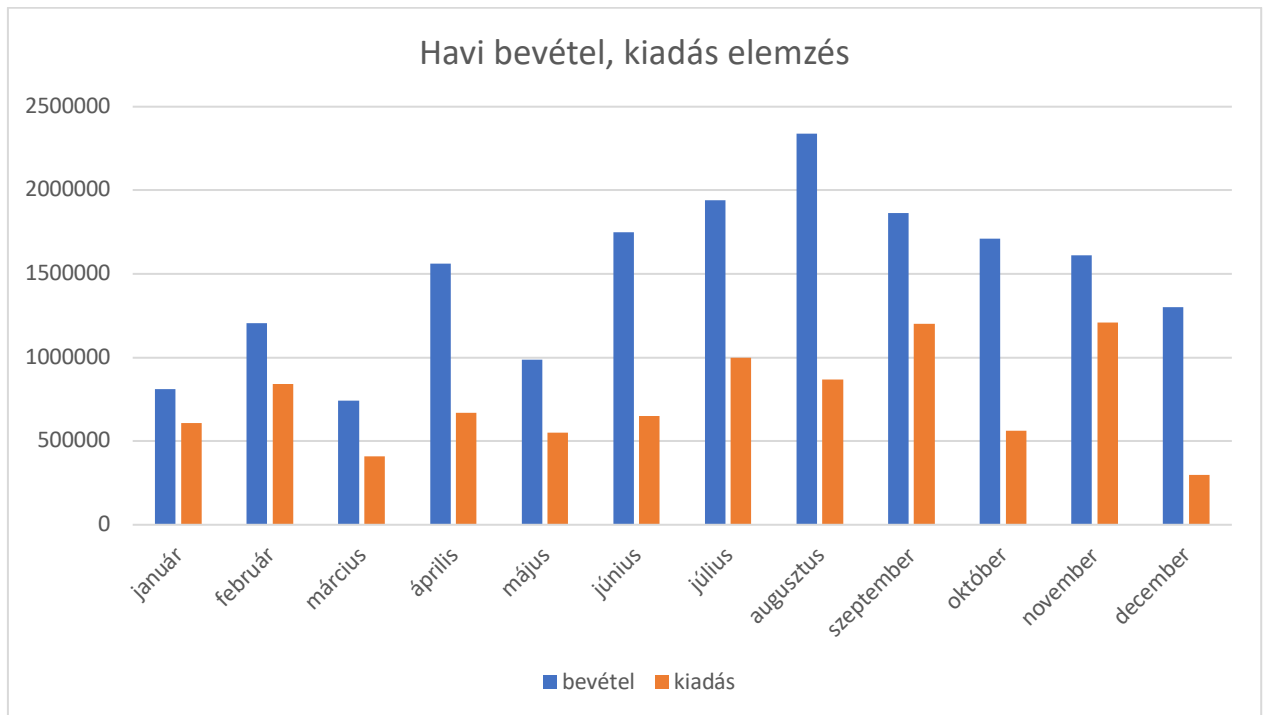
A mindennapi pénzügyi döntésekhez és a szakmai boldoguláshoz elengedhetetlen alapkompentencia a statisztika alapjainak elsajátítása. A

vállalkozással kapcsolatos számítások, sok lehetőséget rejtenek magukba, mivel gyakorlati feladatok, amivel jobban tudunk motiválni a matematika órákon (Orosz, 1994). Ezeknél a feladatoknál is fontos, hogy a különböző pénzügyi szakszavak bevezetése is fokozatos legyen.

## Feladatok:

### 1. Bevétel kiadás az évben.

A következő diagram egy egyéni vállalkozás havi bevételeit és kiadásait mutatja be. Elemezték a kimutatást a kérdések segítségével!



5. ábra Havi bevétel, kiadás elemzés

- Melyik hónapban volt a legnagyobb nyereség (nyereség = bevétel - kiadás)?
- Melyik hónapban volt a legkisebb nyereség?
- Mennyi a havi átlagos bevétel az évben?
- Mekkora a júliusi nyereség?

- A nyereség után adózni kell. Számold ki a nyereségből, mennyi marad adózás után ha személyi jövedelemadót (15%) és szociális hozzájárulási adót (13%) kell fizetned!
- Milyen típusú bevételei lehetnek egy vállalkozásnak?
- Milyen típusú kiadásai lehetnek egy vállalkozásnak?
- Melyik negyedévben volt a legtöbb bevétele a vállalkozásnak?

## 2. Vállalkozói hitelfelvétel

A következő táblázat a bankok ajánlatait mutatja be vállalkozók számára. Elemezd a táblázatot a kérdések segítségével!

bank	futamidő	havi törlesztő részlet	induló költség
Kék Bank	10 év	133 225 Ft.	0 Ft.
Zöld Bank	8 év	154 792 Ft.	290 000 Ft.
Sárga Bank	5 év	220 998 Ft.	315 000 Ft.

- Hány hónapot kell fizetnie annak, aki a Zöld Bankot választja?
- Számold ki mindhárom esetben mennyit kell összesen visszafizetned a banknak!
- Melyik bankot választanád?
- Melyik banknál kell a legtöbbet visszafizetni? Milyen előnye van annak a konstrukciónak?

## 3. Eszköz vásárlás

A következő táblázatban különböző márkájú ütvefűrészek ajánlatai találhatók meg. Indokold meg te melyiket választanád! Az indoklásban segítenek a táblázat alatti kérdések.

Név:	Metabo, ütőfűrészes kalapács	Milwaukee PD2E 24 RS	Bosch GSB 21-2 RCT ütőfűrészes	DeWalt ütőfűrészes gép	Makita HP2071J
Termék súlya	3,7 kg	3 kg	2,9 kg	4,3 kg	2,5 kg

Max. furatátmérő, fa	28 mm	40 mm	40 mm	40 mm	40 mm
Max. furatátmérő, beton	28 mm	20 mm	22 mm	22 mm	20 mm
Max. furatátmérő, acél	13 mm	16 mm	16 mm	16 mm	16 mm
Felhasználható	fúrás, vésés	fúrás	fúrás, csavarozás,	fúrás	fúrás
Üresjárat fordulat/szám	0-2.500 / 1 perc	0-3.400 / 1 perc	0-3.000 / 1 perc	0-2.700 / 1 perc	0-2.900 / 1 perc
Hangnyomás	88 dB	99 dB	95 dB	104 dB	99 dB
Garancia	2 év	3 év	5 év	5 év	2 év
Ár	74 500 Ft	90 000 Ft	89 000 Ft	112 000 Ft	155 €

- Egy euró hány forint? Nézz utána!
- Rendezd ár szerinti növekvő sorrendbe a termékeket!
- Melyik gépeknek van több funkciója?
- Mit jelent az átmérő fogalma?
- Hány százalék különbség van a legdrágább és a legolcsóbb közt?
- A gépek üresjárat fordulat/számainak mennyi az átlaga? Mi tér el ettől a legnagyobb mértékben?

### **Kompetencia fejlesztés**

Számos matematikai kompetencia jelenik meg a feladatokban, mennyiségi következtetés, becslés, mértékegység átváltás, érvelés, szövegértelmezés, probléma megoldás, adatkezelés és elemzés, százalékszámítás és átlag számítás. Emellett a vállalkozói kompetenciák fejlesztését emelném ki. A feladatokat akár kutatómunkába a diákokkal közösen is létre lehet hozni, ekkor pedig megjelenik a digitális kompetencia terület is.

### **Órai tevékenység elhelyezése a tanmenetben**

Többhelyre is elhelyezhetők ezek a feladatok, többek között a százalékszámításnál és a statisztika témaköröknél.

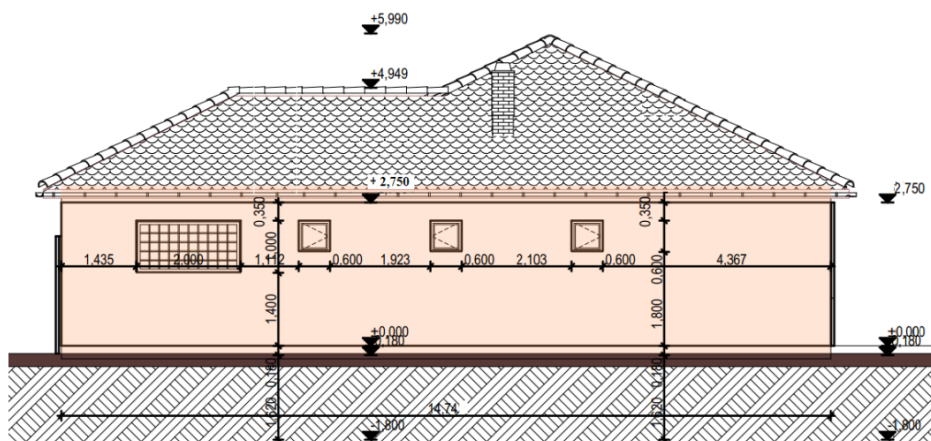


## 10.3 Szakmai számítások

A kőművesnek tanuló diákoknak szüksége van a gyakorlati feladatokhoz is különböző számításokra, hogy a szakmában sikeresen teljesítsen. Fentebb taglaltam, hogy a különböző szakmai területekhez milyen matematikai tudás és alapfogalmak szükségesek. Ehhez mutatok be mintafeladatokat.

### 1. Hőszigetelés árajánlat készítése

Egy megrendelő megbízást adott egy homlokzati fal szigetelésére. Készíts egy árajánlatot a homlokzati terv alapján! Segítségül a terv alapján fel van sorolva az 1 m<sup>2</sup>-hez szükséges anyag mennyiségek, munkadíj egy órára és segítő kérdések is.



6.ábra Homlokzati terv

(Iparkamara, 2024)

A következő anyag mennyiségek szükségesek 1 m<sup>2</sup> fal hőszigetelésére:

Kőzetgyapot hőszigetelő lemez (10cm)	2 db	kiszerezési egység	5 db/csomag
EPS ragasztó	6 kg	kiszerezési egység	25 kg/zsák

Üvegszövet háló 145 gr-os	1,1 m <sup>2</sup>	kiszereelési egység	50 m <sup>2</sup> /tekercs
Műanyag dübel beütőszeggel	5 db	kiszereelési egység	100 db/csomag
Vakolatalapozó	0,25 kg	kiszereelési egység	15 kg/vödör
Színező vakolat	2,8 kg	kiszereelési egység	25 kg/vödör
Munkadíj (nettó)	11 000 Ft	1 óra alatt	0,5 m <sup>2</sup>

- Homlokzati felület kiszámítása, az 1 m<sup>2</sup> nagyobb nyílások kivonásával:
- Kőzetgyapot hőszigetelő lemez anyagszükséglete (db és csomag):
- Eps ragasztó anyagszükséglete (kg és zsák):
- Üvegszövet háló anyagszükséglete (m<sup>2</sup> és tekercs):
- Műanyag dübel beütőszeggel anyagszükséglete (db és csomag):
- Vakolatalapozó anyagszükséglete ( kg és vödör):
- Színező vakolat anyagszükséglete (kg és vödör):
- Keresd ki az interneten mennyibe kerülnek a kiszerelések!
- Hány óra alatt készül el és mennyi a munkadíj?
- Összesen a projekt mennyibe kerül?

## 2. Alapozáshoz szükséges számítások

Egy családi ház építésének a beton alapjának neked kell megrendelni az anyagot.

A következő információk állnak rendelkezésre:

- Az alap téglalap alakú, egyik oldala 10 méter a másik 8 méter
- Az alap mélysége 15 cm
- C16/20 beton van kiírva a tervre.

Hány m<sup>3</sup> betont kell rendelni, és mennyibe kerül?

### Kompetencia fejlesztés

Az előző órai tevékenységnél ismertetett fejlesztési területek itt is megjelennek, ami hangsúlyosabb itt, azok a geometriai ismeretek, ezeknél a

feladatoknál készségszerűen ismerni kell a geometriai alapjait, hogy sikeresen tudjuk a feladatokat megoldani.

### **Órai tevékenység elhelyezése a tanmenetben**

Az előzőhöz hasonlóan, ezt a feladatot is többhelyre be lehet illeszteni, az arányosság és a térfogatszámításnál lehet szerintem a legjobban hasznosítani.

## 10.4 Társasjátékok

A társasjátékok a matematika órák nem gyakori résztvevői, pedig számos lehetőség rejlik bennük. A híres játékok sok teszten, próbajátékon túl vannak és kódolva van bennük az izgalom, a belső motivációra építenek ezek a játékok (Jesztl & Lencse, 2018). Adódik a kérdés, miért nem használjuk őket? Egy 2020 kutatás eredményei is tanúsítják ezt, arról számolnak be, hogy ha a héten egy matek órát társasjátékkal tartunk meg, nem maradnak el a diákok azoktól, akik a hagyományos tananyaggal haladtak, sőt nagyobb fejlődést értek el (Dukán, Szabó, & Vásárhelyi, 2020). Másik kutatás pedig belátta, hogy a gyengébb, lemaradt tanulók felzárkózását tudja segíteni (Szenderák, 2024).

A következőkben egy egyszerű játékot mutatok be, ami könnyen alkalmazható osztálytermi keretek közt.

### **Nincs kegyelem**

A játék meglehetősen egyszerű szabályokkal rendelkezik. A játékban 33 játékkártya van és 55 korong, a kártyákon számok szerepelnek 3-tól 35-ig. A kártyapakli a játéktér közepén van felfelé fordítva. A játékosok kapnak a játék elején 11 korongot. A kártyákon lévő számok mínuszpontot érnek, ezért a cél az, hogy a lehető a legkevesebb kártyánk legyen vagy a legjobb kombinációkat tudjuk létrehozni. Ha nem szeretnénk egy kártyát felvenni akkor egy korongot kell raknunk mellé, ha úgy döntünk, hogy felvesszük akkor a korongokat is megkapjuk vele. Ha sikerül egy olyan kártyasort kialakítani, ahol a számok egymás szám szomszédjai akkor a legalacsonyabb számkártyát kell beleszámítani a játék végi

összeszámolásnál. A játék végén a korongok plusz egy pontot érnek. A győztes a játék végén az, aki a legtöbb pontot szerzi.

### **Kompetencia fejlesztés**

A szakképzésbe belépett tanulók, a fentebb ismertetett felmérés alapján, nem rendelkeznek teljesen kialakult szám fogalommal. Ez a játék erre tesz kísérletet, hogy ezt felmérje és fejlessze ezt a hiányosságot. A játék számos alap matematikai kompetenciát tartalmaz, amit már a diákoknak ismernie kéne: számlálás, egész számszomszédok, egyszerű sorozatok, mennyiség és a negatív számok.

A társasjáték típusa szerint licites játék, ahol jellemző az, hogy a résztvevők folyamatosan számolnak, mérlegelnek, mivel körönként változik az, hogy mi tűnik éppen a nyerő stratégiának. Ebből is következik, hogy matematikailag tökéletes játék itt nem létezik, a résztvevőknek kockázatot kell vállalniuk a legideálisabb eredményekhez.

A matematikai kompetenciák mellett számos más kompetenciaterületben is segítségünkre van a játék, ebből kettőt emelek ki: **a szociális és állampolgári kompetencia**, ez alapvetően minden társasjáték velejárója, mivel emberek egymással vagy egymás ellen vannak különböző szituációkban. A másik lényeges terület, amit fejlesztünk a **kezdeményezőkéesség és a vállalkozói kompetencia**, mivel folyamatosan kockázatot kell elemezni a játékban, nincs előre megírható nyerő stratégia, alkalmazkodni kell a kialakult szituációkhoz.

### **Órai tevékenység elhelyezése a tanmenetben**

A kártyajátékot, a számtan algebra témakör harmadik órájára tervezném, több okból is, felmérni a diákok matematikai alapkompentenciáit az egész számok körében és mivel a szakképzésben tanulók jelentős része nem sok jó élménnyel rendelkezik a matematika óráról, ezért a másik fő célom a sikerélményszerzés. Az utóbbi véleményem szerint célszerű minél hamarabb, mert a későbbi munkavégzést jelentősen megkönnyíti.

## 11. Összegzés

A szakdolgozatom célja, hogy az, hogy áttekintse és elemezze a szakképzésben résztvevők matematikaoktatásával kapcsolatos kihívásait, majd javaslatokat és megoldásokat mutasson be a problémákra, speciálisan fókuszálva a kőműves képzésre. Az értekezésben első felében részletesen vizsgáltam a tanulók hátterét, a matematikai teljesítményüket, a motivációjukat, a törvényi szabályozást és annak változásait. A szakirodalmi vizsgálatnak a célja, hogy pontosan azonosítsam azokat a területeket, ahol a legnagyobb nehézségek és kihívások merülnek fel a matematikaoktatásban a szakképzésben.

A második felében pedig olyan tanterveket, órai foglalkozási ötleteket mutattam be, amik reflektálnak az első felében tett megállapításokra, aminek a lényegi eleme, hogy a legtöbb diák sikerélménnyel menjen haza a matematika óráról és a matematikai kompetenciájuk fejlődjön önmagukhoz képest. Ezeknél a gyakorlati javaslatoknál a kutatások eredményeit ültetem át a gyakorlatba.

Tapasztalataim alapján, amit egy szakképző intézményben és egy általános iskolában szereztem, ahol mindkét helyen nagy arányú az alacsonyan teljesítők aránya pozitív élményeket sikerült szerezniem ezzel a szemléletmóddal. A diákok saját elmondásuk alapján sokkal jobban állnak hozzá a matematikához és többen is kedvenc tantárgyuknak jelölték meg.

Viszont több nehézséggel is szembesül a pedagógus amikor játékokat, társasjátékokat, saját feladatokat készít a diákok számára, ami nagy része 24 kötelező óraszámából ered, amire így felkészülni szinte lehetetlen, idő és infrastrukturális hiányosság miatt is. A 24 óra mellett nem marad idő a tanárnak önképzésre és a kísérletezésre, ezért a közoktatásban a célok leredukálódnak a felmérőkre való felkészítésre (felvételi, érettségi), amik a gyengébben teljesítők még nagyobb lemaradását támogatja, nem mellesleg a diákok motivációja és az érdeklődése jelentősen csökkenhet miatta. Ezért is fontos, hogy amikor matematika tanmenetet, óraterveket tervezünk célként megjelenjenek a logikus gondolkodás, problémamegoldás, mindennapi alkalmazhatóság, kreativitás, érdeklődés felkeltése és a diákok motiválása. Az ilyen célok és a különböző innovatív attitűdök megléte segíthet abban, hogy a matematikaoktatás inspiráló és

eredményes legyen a szakképzésben és a diákok több sikerélménnyel és pozitív attitűddel viszonyuljanak a matematikához.

## 12. Irodalomjegyzék

- Bernáth , L., & Krisztián , Á. (2017). A matematikai szorongás és a MAS-UK kérdőív. In A. Bóna, K. Lénárd, & M. Pohárnok (Szerk.), *Bontakozó jelentés: Tanulmányok a 60 éves Péley Bernadette köszöntésére*. Budapest: Oriold és Társai kiadó.
- PISA 2018 Összefoglaló jelentés*. (2019). Letöltés dátuma: 2023. 03 21, forrás:  
[https://www.oktatas.hu/pub\\_bin/dload/kozoktatas/nemzetkozi\\_merese/pisa/PISA2018\\_v6.pdf](https://www.oktatas.hu/pub_bin/dload/kozoktatas/nemzetkozi_merese/pisa/PISA2018_v6.pdf)
- Alexandra, H. (2017/63). Szakiskolai lemorzsolódás. *parlament.hu*. Forrás:  
[https://www.parlament.hu/documents/10181/1202209/Infojegyzet\\_2017\\_63\\_sza\\_kiskolai\\_lemorzsolodas.pdf/4d78cba6-73dd-4f66-96a3-effd9850fc40](https://www.parlament.hu/documents/10181/1202209/Infojegyzet_2017_63_sza_kiskolai_lemorzsolodas.pdf/4d78cba6-73dd-4f66-96a3-effd9850fc40)
- Csapó , B., Csépe Valéria, Fazekas, K., Havas, G., Herczog, M., Kárpáti, A., . . . Varga, J. (2008). *Zöld könyv A magyar közoktatás megújításáért*. Budapest: Ecostat.
- Hajdu , T., Kertesi, G., & Kézdi, G. (2022/11). Idő és pénz a gyereknevelésben Magyarországon, 1993-2010. *KRTK\_KTI WP*. Forrás: <https://kti.krtk.hu/wp-content/uploads/2022/06/CERSIEWP202211.pdf>
- (2011). *2011. évi CLXXXVII. törvény a szakképzésről*.
- Tárki-Tudok. (2012). Előrehozott szakképzés. *Tudásmenedzsment é Oktatáskutató Zrt*.  
Forrás: [https://www.t-tudok.hu/files/elorehozott\\_\\_szakkepzes.pdf](https://www.t-tudok.hu/files/elorehozott__szakkepzes.pdf)
- Bükki, E., Domján, K., Mártonfi, G., & Vinczéné Fekete, L. (2014). *Hungary VET in Europe*. Budapest: Oktatásfejlesztő Központ - TKKI.
- Hanushek, E., Schwerdt, G., Woessmann, L., & Lei, Z. (2017). GEneral Education, Vocational Education, and Labor- Market Outcomes over the Lifecycle. *Journal of Human Resources*, vol. 52, issue 1, 48-87.
- Hajdu, T., Hermann , Z., Horn, D., Kertesi , G., Kézdi, G., Köllő, J., & Varga, J. (2015). Az érettségi védelmében. In *Budapesti Munkagazdaságtani Füzetek* (old.: /1). Budapest: MTA- KRTK KTI és Budapesti Corvinus Egyetem, Emberi Erőforrások tanszék.
- Hermann, Z., Horn, D., & Tordai , D. (2018). A 2013. évi szakképzési reform hatása a tanulók kompetenciáira. Közgazdaságtudományi Intézet. Forrás:  
[https://kti.krtk.hu/wp-content/uploads/2019/12/mt\\_2018\\_hun\\_63-68.pdf](https://kti.krtk.hu/wp-content/uploads/2019/12/mt_2018_hun_63-68.pdf)

- NAT. (2020). *Oktatási Hivatal: 2020-as kerettanterv az általános iskola 5-8. évfolyama számára matematikából*. Forrás:  
[https://www.oktatas.hu/koznevelas/kerettantervek/2020\\_nat/kerettanterv\\_alt\\_is\\_k\\_5\\_8](https://www.oktatas.hu/koznevelas/kerettantervek/2020_nat/kerettanterv_alt_is_k_5_8)
- Ágnes, Z. T. (2007. február). A bemeneti mérések tapasztalatai egy szakiskolában a 2005/2006-os tanévben. *Új pedagógiai szemle*.
- Horváth, G., & Dávid, J. (2010. 1). Munkaerőpiaci esélyek és pályaelhagyás a szakmai képzés végzőseinek körében. old.: 34-49.
- Tóth, L. (1995). A tanulók motivációs sajátosságai és az iskolai teljesítmény. In A. Bugán, L. Balogh, J. Kovács, & L. Tóth, *Fejezetek az alkalmazott lélektan köréből*. (old.: 153-165). Debrecen: KLTE Pszichológiai Intézet.
- Atkinson, J. W. (1988). A kockázatvállaló viselkedés motivációs meghatározói. In L. Séra, & I. Barkóczi, *Az emberi motiváció I-II*. (old.: 179-201). Budapest: Tankönyvkiadó.
- Pintrich, P. (2003). A motivational science perspective on the role of student motivation in learning and teaching contexts. *Journal of Educational Psychology*, 667-686.
- Fejes, B. J., & Józsa, K. (2005). A tanulási motiváció jellegzetességei hátrányos helyzetű tanulók körében. *Magyar Pedagógia*, 185-205.
- Nagy, J. (1998). A kognitív motívumok rendszere és fejlődése I. *Iskolakultúra*, 73-86.
- Molnár, É. (2013). *Tudatos fejlődés. Az önszabályozott tanulás elmélete és gyakorlata*. Budapest: Akadémiai Kiadó.
- Mooney, E., & Thornton, C. (1999). Mathematics Attribution Differences by Ethnicity and Socioeconomic Status. *Journal of Education for Students Placed at Risk*, 321-332.
- Czakó, Á., & Győri, Á. (2017). Motiválás, ösztönzés a szakképzésben. Egyes pedagógiai eszközök ösztönzőerejének tanulói megítélése társadalmi háttérváltozóik szerint. *Szociológiai Szemle*, 4-29.
- Ernest, P. (1986). Games. A Rationale for Their Use in the Teaching of Mathematics in School. *Mathematics in School*, 2-5.
- Koay, P. L. (1996). The use of mathematical games in teaching primary mathematics. *The Mathematics Educator*, 172-180.
- Kim, S., Chang, M., & Deater-Deckard, K. (2017). Educational games and students' game engagement in elementary school classrooms. *Journal of Computers in Education*, 395-418.



- Russo, T., Russo, J., & Bragg, L. (2018). Five principles of educationally rich mathematical games. . *Australian Primary Mathematics Classroom*, 30-34.
- Takács, Z. (2024. Március 10). *Matematikai játékok gyűjteménye az általános iskola felső tagozata számára*. Forrás:  
[https://www.bolyai.hu/files/RLV%202021\\_dolg\\_Czaparyne\\_TZs.pdf](https://www.bolyai.hu/files/RLV%202021_dolg_Czaparyne_TZs.pdf)
- Fehér, Á., & Fodor, S. (2020). Pozítív érzelmek a tanulás szolgálatában. *12th International Conference of J. Selye University* (old.: 265-281). Komárno: J. Selye University,.
- Orosz, G. (1994). Motiváció a matematikaórákon. . *Az Eszterházy Károly Tanárképző Főiskola tudományos közleményei* , 155-162.
- Jesztli, J., & Lencse, M. (2018). *Társasjáték-pedagógia*. Budapest: Demokratikus Ifjúságért Alapítvány.
- Dukán, F. A., Szabó, C., & Vásárhelyi, É. (2020). Logic in secondary school: From Tamás Varga's proposed curriculum to board games. *Teaching Mathematics an Computer Science* .
- Szenderák, J. (2024. Március 10). *Társasjátékok fejlesztő hatásainak vizsgálata*. Forrás:  
[https://mathprojects.elte.hu/media/works/100/report/egy\\_kut\\_Szender%C3%A1k\\_t%C3%A1rsas.pdf](https://mathprojects.elte.hu/media/works/100/report/egy_kut_Szender%C3%A1k_t%C3%A1rsas.pdf)
- ITM. (2019). *Szakképzés 4.0*.
- Cedefop. (2012). *From education to working life*. Luxemburg: Publications Office of the European Union.
- Csapó, B. (2008). A közoktatás második szakasza és az érettségi vizsga. In K. J. Fazekas Károly, *Zöld könyv a közoktatás megújításáért*. (old.: 71-93). Budapest: Ecostat Kiadó,.
- KSH. (2024. március 23). *Központi Statisztikai Hivatal*. Forrás: <https://www.ksh.hu/ffi/1-21.html>
- Szerényi, A., & Szerényi, I. (2019). *Előre gyártott vasbeton szerkezetek*. Budapest: Szega Books.
- Bársony, I. (2019). *Gyakorlati munkafüzet kőműveseknek*. Budapest: Szega Books.
- Szerényi, A., & Szerényi, I. (2019). *Monolit beton és vasbeton szerkezetek*. Budapest: Szega Books.
- Szerényi, A., & Bársony, I. (2019). *Víz-, hő- és hangszigetelések készítése*. Budapest: Szega Books.

Szerényi, I., & Szerényi, A. (2019). *Vegyes kőműves feladatok*. Budapest: Szega Books.

Szerényi, A., & Szerényi, I. (2019). *Falazás és vakolás*. Budapest: Szega Books.

Végh, L., Király, T., & Pap, J. (2024. március 23). *Játékelmélet jegyzet*. Forrás:

[https://tkiraly.web.elte.hu/students/jatekelmelet\\_jegyzet.pdf](https://tkiraly.web.elte.hu/students/jatekelmelet_jegyzet.pdf)

Iparkamara, M. K. (2024. március 23). *Szakma Kiváló Tanulója Verseny*. Forrás:

<https://szakmasztar.hu/wp->

[content/uploads/2020/01/2020K%C5%91m%C5%B1ves-feladatsor.pdf](https://szakmasztar.hu/wp-content/uploads/2020/01/2020K%C5%91m%C5%B1ves-feladatsor.pdf)